Fonctions (vidéo lumni 3/3) — exercices corrigés

Il s'agit de la correction des exercices de la feuille suivante :
`https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Lumni-8au12juin/66/9/0611-Coll-maths_3e-Prolongement_1294669.docx`

Cette feuille d'exercices est associé à la vidéo suivante :
`https://www.lumni.fr/video/les-fonctions-affines`

Exercice 1

On a défini la fonction $f(x) = 3x + 2$. C'est une fonction affine, car elle est de type $f(x) = a \times x + b$ (où a et b sont deux nombres).

a) Pour compléter les 6 premières cases du tableau de valeurs, il s'agit de calculer des images. On remplace x par chacune de ces 6 valeurs, et on effectue le calcul.

- $f(-8) = 3 \times (-8) + 2 = -24 + 2 = -22$
- $f(-5) = 3 \times (-5) + 2 = -15 + 2 = -13$
- $f(0) = 3 \times 0 + 2 = 0 + 2 = 2$
- $f(2) = 3 \times 2 + 2 = 6 + 2 = 8$
- $f(3) = 3 \times 3 + 2 = 9 + 2 = 11$
- $f(5) = 3 \times 5 + 2 = 15 + 2 = 17$

Pour remplir la dernière case, il faut trouver un antécédent de 32. Pour cela, on résout l'équation $f(x) = 32$:

$$\begin{aligned} 3x + 2 &= 32 \\ 3x &= 30 \quad (-2) \\ x &= 10 \quad (\div 3) \end{aligned}$$

x	-8	-5	0	2	3	5	10
$f(x)$	-22	-13	2	8	11	17	32

b) Ici c'est la même chose, c'est juste écrit différemment :

- $f(-1) = 3 \times (-1) + 2 = -3 + 2 = \boxed{-1}$
- $f(4) = 3 \times 4 + 2 = 12 + 2 = \boxed{14}$

c) C'est encore la même chose écrit différemment :

- $f(1,5) = 3 \times 1,5 + 2 = 4,5 + 2 = \boxed{6,5}$

d) On fait le calcul d'antécédent comme à la question a). On résout donc l'équation $f(x) = 37$:

$$\begin{aligned} 3x + 2 &= 37 \\ 3x &= 35 \quad (-2) \\ x &= \boxed{\frac{35}{3}} \quad (\div 3) \end{aligned}$$

e) Pour savoir si le point $A(1;5)$ est sur $\mathcal{C}_f$, il faut savoir si c'est vrai que $5 = f(1)$. Effectivement, pour tout nombre x, le point à l'abscisse x de $\mathcal{C}_f$ est le point $(x; f(x))$. On calcule $f(1) = 3 \times 1 + 2 = 3 + 2 = 5$, donc $\boxed{A \text{ est sur } \mathcal{C}_f}$.

Exercice 2

a) C'est vrai : $f(x) = 3 + 2x$ est une fonction affine (expression $ax + b$), avec ici $a = 2$ et $b = 3$ (car $3 + 2x = 2x + 3$).

b) C'est faux : dans $g(x) = 3x^2 + 2$ on a du x^2, ce qui n'est pas le cas dans une fonction affine.

c) C'est vrai : $h(x) = 5x$ est bien une fonction affine (expression $ax + b$), avec ici $a = 5$ et $b = 0$.

d) C'est vrai : $k(x) = -4x$ est bien une fonction linéaire (expression ax), avec ici $a = -4$.

e) C'est vrai : $t(x) = -3$ est bien une fonction constante (expression b), avec ici $b = -3$.

Exercice 3

1. Pour Camille :

   — On convertit 2h en minutes : cela fait $2 \times 60 = 120$ minutes.

   — Le tarif A lui coûtera 35€.

   — Le tarif B lui coûtera $0,20€ \times 120 = 24€$

   — Le tarif C lui coûtera $10€ + 0,10€ \times 120 = 10€ + 12€ = 22€$

   — On va donc conseiller à Camille $\boxed{\text{le tarif C}}$.

   Pour Nicolas :

   — On convertit 5h en minutes : cela fait $5 \times 60 = 300$ minutes.

   — Le tarif A lui coûtera 35€.

   — Le tarif B lui coûtera au moins $0,20€ \times 300 = 60€$

   — Le tarif C lui coûtera au moins $10€ + 0,10€ \times 300 = 10€ + 30€ = 40€$

   — On va donc conseiller à Nicolas $\boxed{\text{le tarif A}}$.

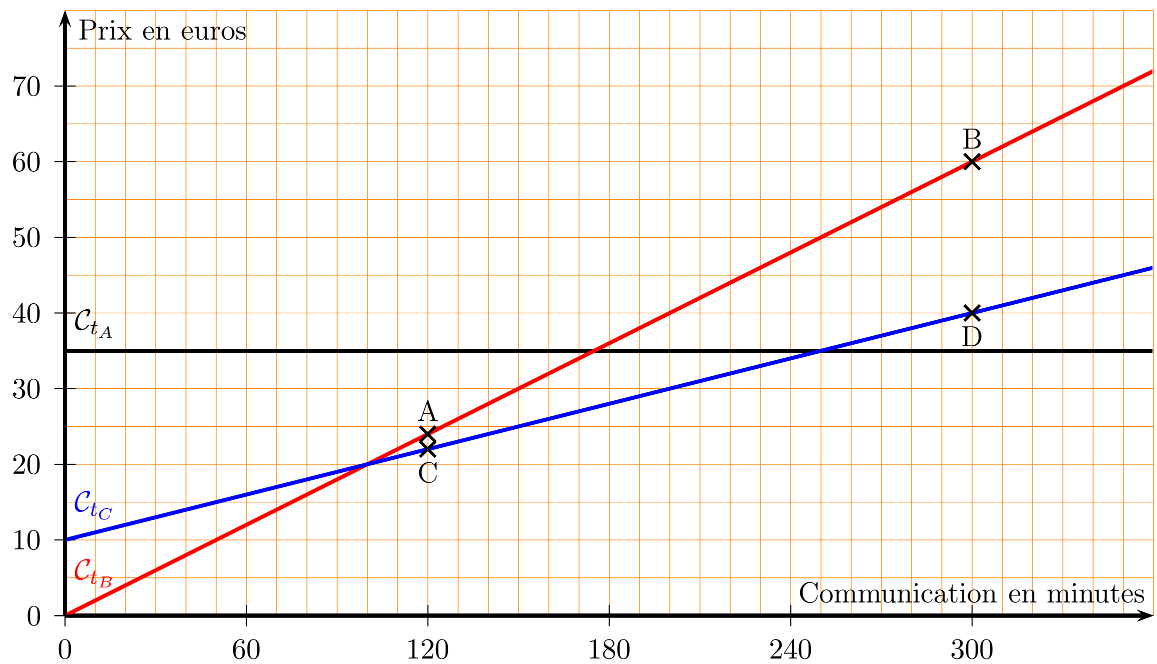
2. On a fait dans la question 1 le calcul pour 120 minutes et 300 minutes par mois, et ici on nous demande de faire la même chose pour x minutes par mois.

   Le tarif A ne change pas quel que soit la durée des appels : $\boxed{t_A(x) = 35}$.

   Le tarif B est à 0,20€ la minute, donc on calcule $\boxed{t_B(x) = 0,20x}$.

   Le tarif C est composé d'un abonnement à 10€ + 0,10€ la minute, donc on calcule $\boxed{t_C(x) = 10 + 0,1x}$.

3. Le graphique est le suivant :



Pour tracer ce graphique : d'abord, l'axe des x : puisque la question 1 allait jusqu'à 300 minutes, il faut au moins voir 300 sur l'axe des abscisses. On essaye de faire un axe qui tient sur le maximum de place sur la feuille, pour bien y voir clair : par ex. 1 cm pour 20 minutes.

Ensuite, l'axe des y : on a calculé que Nicolas payerait 60€ avec la formule B, donc il faut au moins voir 60 sur l'axe des ordonnées. On peut prendre par ex. 1 cm pour 10€, et prendre un peu de marge sur le graphique au cas où.

Ensuite, pour tracer les trois graphiques : on voit que la fonction t_A est une constante, sa représentation graphique est donc une droite horizontale. On trace une droite horizontale à 35€. On voit que la fonction t_B est une fonction linéaire, sa représentation graphique est donc une droite qui passe par l'origine. On voit enfin que la fonction t_C est une fonction affine, sa représentation est une droite. Pour chacune de ces deux fonctions, on a donc besoin de deux valeurs. On n'a qu'à utiliser les valeurs de la question 1 !

— Pour t_B : on sait que $t_B(120) = 24$ et $t_B(300) = 60$ donc on a les points $A(120; 24)$ et $B(300; 60)$.

— Pour t_C : on sait que $t_B(120) = 22$ et $t_B(300) = 40$ donc on a les points $C(120; 22)$ et $D(300; 40)$.

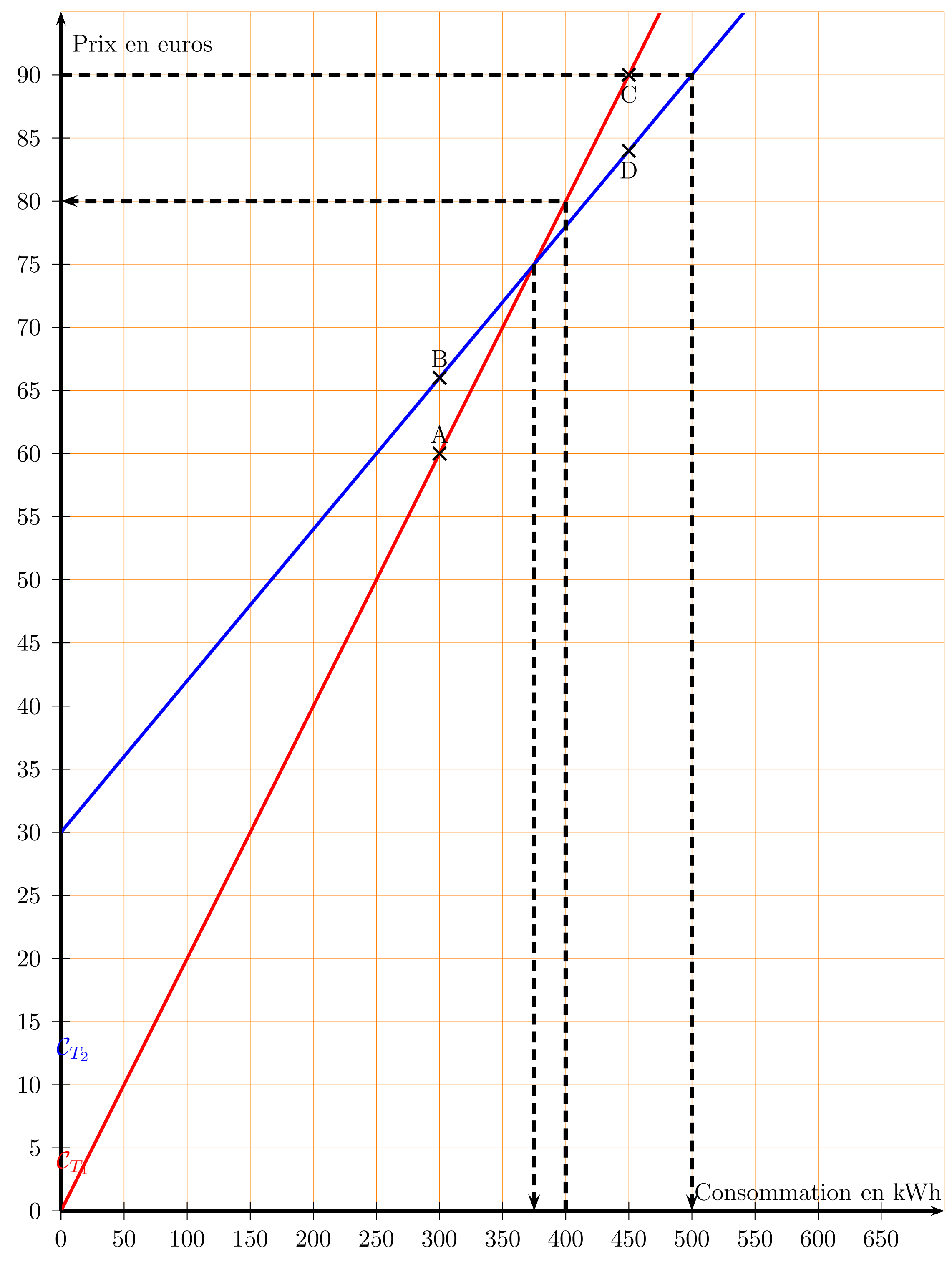
Exercice 4

Première partie.

1. Pour une famille qui consomme 300 kWh sur un mois :
   — Le tarif 1 lui coûtera $0,20€ \times 300 = 60€$
   — Le tarif 2 lui coûtera $30€ + 0,12€ \times 300 = 30€ + 36€ = 66€$
2. Pour une famille qui consomme 450 kWh sur un mois :
   — Le tarif 1 lui coûtera $0,20€ \times 450 = 90€$
   — Le tarif 2 lui coûtera $30€ + 0,12€ \times 450 = 30€ + 54€ = 84€$
3. Le tarif 1 est une situation de proportionnalité : le prix à payer est exactement la consommation multipliée par le prix au kWh. Donc si la famille a payé $94,60€$, sa consommation était de $\dfrac{94,60}{0,20} = 473$ kWh.
4. On a fait dans les questions 1 et 2 le calcul pour 300 kWh et 450 kWh par mois, et ici on nous demande de faire la même chose pour x kWh par mois.
   (a) Le tarif 1 est à 0,20€ le kWh, donc on calcule $\boxed{T_1(x) = 0,20x}$. Le tarif 2 est composé d'un abonnement à 30€ + 0,12€ le kWh, donc on calcule $\boxed{T_2(x) = 30 + 0,12x}$.
   (b) Il faut résoudre $T_1(x) = T_2(x)$:
$$\begin{aligned} 0,20x &= 30 + 0,12x && \\ 0,08x &= 30 && -0,12x \\ x &= \boxed{375} && \div 0,08 \end{aligned}$$

Deuxième partie.

1. Le graphique est à la page suivante. Pour l'échelle, on a respecté ce qui était demandé. Pour tracer les deux graphiques, qui sont tous les deux des droites, on a utilisé les valeurs des questions 1 et 2 de la première partie : $T_1(300) = 60$, $T_2(300) = 66$, $T_1(450) = 90$, et $T_2(450) = 84$.
2. On a laissé les traits de construction.
   (a) Le tarif 1 coûte 80€ pour 400 kWh.
   (b) Si le tarif 2 coûte 90€, alors la consommation est de 500 kWh.
   (c) Les deux tarifs sont égaux pour une consommation de 375 kWh. Avant, c'est le tarif 1 le plus avantageux (la courbe de T_1, en rouge, est en-dessous) et après c'est le tarif 2.


Prix en euros
Consommation en kWh
A
B
C
D
C_{T_1}
C_{T_2}
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60
65
70
75
80
85
90
50
100
150
200
250
300
350
400
450
500
550
600
650