Chapitre 3.
Fonctions

Yann Barsamian

École Européenne de Bruxelles 1

Année scolaire 2020–2021

Schola Europaea • Bruxelles I

Introduction

Une introduction à la notion de fonction est dans la vidéo suivante (30 minutes) :

`https://www.lumni.fr/video/introduction-de-la-notion-de-fonction`

Thèmes abordés :

- notion de fonction
- tableau de valeurs, graphique
- image, antécédent

En application, la feuille d'exercices :

`https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Continuite/99/7/College-3e-Maths-Exercices_supplementaires-Fonctions_1267997.pdf`

I/ Notion de fonction

Dans la vidéo, on a vu qu'une fonction est une "machine" qui prend des nombres en entrée et qui produit des nombres en sortie. Parfois, une fonction est définie par son expression, comme :

$$f(x) = x^2 - 4$$

On peut aussi écrire cela de la manière suivante (c'est équivalent) :

$$f : x \mapsto x^2 - 4$$

La fonction f est donc la machine qui, pour un nombre x en entrée, produit le nombre $x^2 - 4$. Si on lui donne le nombre -3 en entrée :

$f(-3)$ se calcule en remplaçant x par -3, donc $f(-3) = (-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5$. On dit que :

- 5 est l'image de -3 par f
- -3 est un antécédent de 5 par f
- au lieu d'écrire $f(-3) = 5$ on peut aussi écrire $f : -3 \mapsto 5$

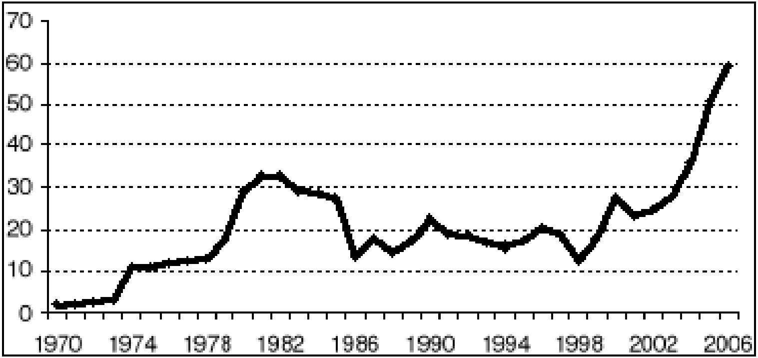
Comme on l'a vu dans la vidéo, il y a essentiellement deux manières de représenter une fonction :

- le tableau de valeurs
- le graphique

On va travailler essentiellement avec des graphiques, qui donnent plus d'information qu'un simple tableau de valeurs (un tableau ne donne que quelques valeurs, le graphique les donne toutes, même si quand on le lit c'est toujours approximatif).

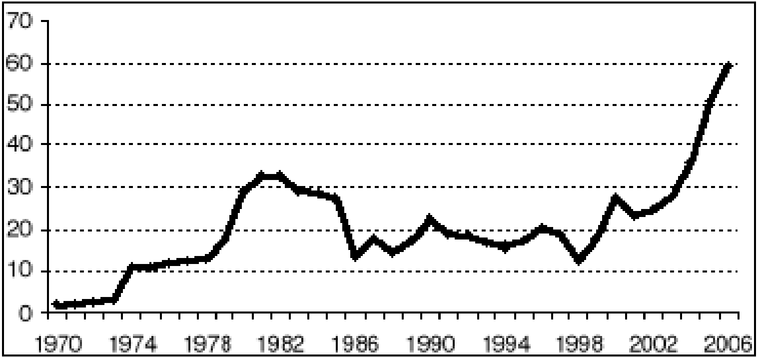
Comme on l'a vu dans la vidéo, la représentation graphique d'une fonction f, c'est l'ensemble des points $(x; f(x))$.

Voici la courbe qui donne le prix en dollars d'un baril de pétrole <u>en fonction</u> du temps en années. On note cette fonction p : donc $p(t)$ correspond au prix d'un baril de pétrole lors de l'année t.



Source : Organisation des Pays Exportateurs de Pétrole

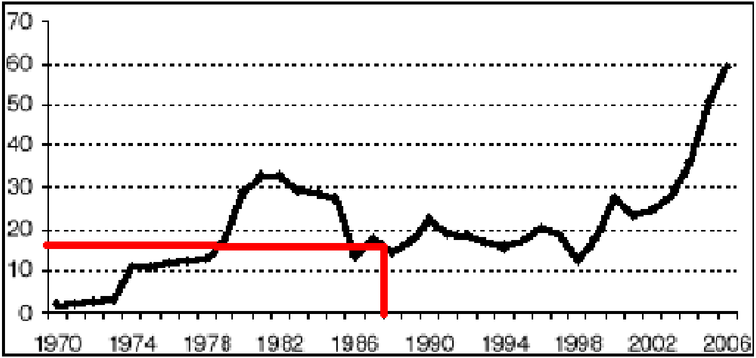
Voici la courbe qui donne le prix en dollars d'un baril de pétrole en fonction du temps en années. On note cette fonction p : donc $p(t)$ correspond au prix d'un baril de pétrole lors de l'année t.



Source : Organisation des Pays Exportateurs de Pétrole

"Quel est le prix d'un baril de pétrole en l'année 1 987 ?" : c'est la lecture de l'image de 1987 par p.

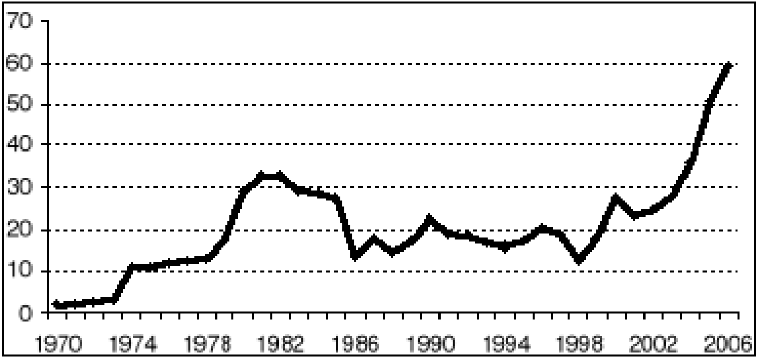
Voici la courbe qui donne le prix en dollars d'un baril de pétrole <u>en fonction</u> du temps en années. On note cette fonction p : donc $p(t)$ correspond au prix d'un baril de pétrole lors de l'année t.



Source : Organisation des Pays Exportateurs de Pétrole

"Quel est le prix d'un baril de pétrole en l'année 1 987 ?" : c'est la lecture de l'image de 1987 par p.

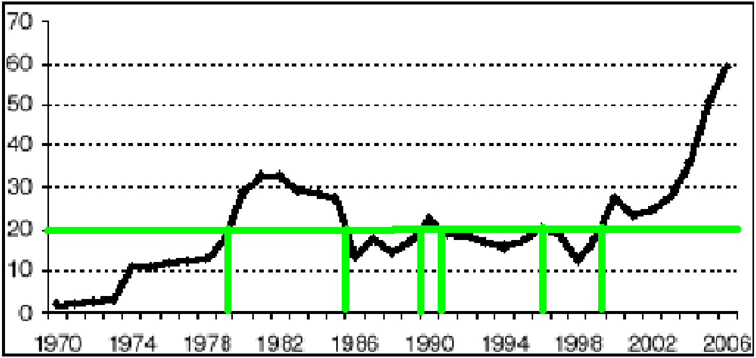
Voici la courbe qui donne le prix en dollars d'un baril de pétrole en fonction du temps en années. On note cette fonction p : donc $p(t)$ correspond au prix d'un baril de pétrole lors de l'année t.



Source : Organisation des Pays Exportateurs de Pétrole

"En quelle(s) année(s) le baril de pétrole a-t-il coûté 20$?" : c'est la lecture des antécédents de 20 par p.

Voici la courbe qui donne le prix en dollars d'un baril de pétrole en fonction du temps en années. On note cette fonction p : donc $p(t)$ correspond au prix d'un baril de pétrole lors de l'année t.



Source : Organisation des Pays Exportateurs de Pétrole

"En quelle(s) année(s) le baril de pétrole a-t-il coûté 20$?" : c'est la lecture des antécédents de 20 par p.

Comme dernière application, on peut comparer différentes fonctions :

II/ Fonctions linéaires : $f(x) = ax$

Un cours sur les fonctions linéaires (suite de la vidéo d'introduction) est dans la vidéo suivante (30 minutes) :

`https://www.lumni.fr/video/les-fonctions-lineaires`

Thèmes abordés :

- rappels sur la vidéo précédente
- rappels sur la proportionnalité
- fonctions linéaires

En application, la feuille d'exercices :

`https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Lumni-20au24avril/42/2/0423-College-Maths-3e-Prolongement_1278422.pdf`

Ce que l'on doit retenir :

- f traduit une relation de proportionnalité entre x et son image $f(x)$: ici, le coefficient de proportionnalité est a. Pour passer d'un nombre à son image, il suffit de multiplier par a.
- la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite (qui passe par l'origine du graphique). Si a est positif, la droite monte, sinon elle descend.

Ce que l'on doit savoir faire :

- calculer des images (comme pour toute fonction).
  Exemple : soit la fonction $g(x) = 2,5x$, on demande l'image de 4.
  Je calcule $g(4) = 2,5 \times 4 = 10$. L'image de 4 par g est $\boxed{10}$.
- calculer des antécédents : il suffit de résoudre une équation.
  Exemple : soit la fonction $h(x) = 10x$, on demande le(s) antécédent(s) de 3. Dans ce cas on sait qu'il y aura un et un seul antécédent car c'est une fonction linéaire.
  Je résous $h(x) = 3$:

$$\begin{aligned} 10x &= 3 \\ x &= 0,3 \end{aligned} \quad \div 10$$

  Il y a un unique antécédent à 3 par h, c'est $\boxed{0,3}$.

Un cours sur les fonctions affines (suite des deux vidéos précédentes) est dans la vidéo suivante (30 minutes) :

`https://www.lumni.fr/video/les-fonctions-affines`

Thèmes abordés :

- rappels sur les vidéos précédentes
- fonctions affines

En application, la feuille d'exercices :

`https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Lumni-8au12juin/66/9/0611-Coll-maths_3e-Prolongement_1294669.docx`

Ce que l'on doit retenir :

- une fonction linéaire est un cas particulier de fonction affine (c'est le cas $b = 0$)
- la représentation graphique d'une fonction affine est une droite (qui ne passe en général pas par l'origine du graphique, sauf bien sûr si $b = 0$). Comme pour une fonction linéaire, si a est positif, la droite monte, sinon elle descend.

Ce que l'on doit savoir faire :

- calculer des images (comme pour toute fonction).
  Exemple : soit $g(x) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$, on demande l'image de 5.
  $g(5) = \frac{1}{3} \times 5 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} + \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$. L'image de 5 par g est $\boxed{\frac{7}{3}}$.
- calculer des antécédents : il suffit de résoudre une équation.
  Exemple : soit la fonction $h(x) = 2x - 7$, on demande le(s) antécédent(s) de 5. Dans ce cas on sait qu'il y aura un et un seul antécédent car c'est une fonction affine.
  Je résous $h(x) = 5$:

$$\begin{aligned} 2x - 7 &= 5 \\ 2x &= 12 \quad (+7) \\ x &= 6 \quad (\div 2) \end{aligned}$$

Il y a un unique antécédent à 5 par h, c'est $\boxed{6}$.