Chapitre 6.
Probabilités

Yann Barsamian

École Européenne de Bruxelles 1

Année scolaire 2020–2021

I/ Notations

Une expérience aléatoire est composée de différentes issues (on dit aussi événements élémentaires). On note souvent Ω l'ensemble des issues, et on l'appelle univers.

Par exemple si l'expérience aléatoire consiste à lancer un dé cubique où les faces sont numérotées de 1 à 6, $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Un événement est un sous-ensemble de Ω.

Dans l'exemple précédent, l'événement $A =$ "obtenir un nombre pair" est l'événement $A = \{2, 4, 6\}$.

Remarque : les événements sont toujours rapportés à une expérience donnée, ainsi obtenir un nombre pair ici n'a que 3 issues possibles, cela serait différent dans une autre expérience aléatoire (si on jouait à la roulette, par exemple, qui contient les nombres de 0 à 36).

Quand on joue à pile ou face, on dit souvent qu'on a "une chance sur deux" de gagner. Cela veut dire qu'il y a deux possibilités (pile, face) et que chacune des deux possibilités a autant de chance que l'autre de se produire (d'où, une chance sur deux de gagner).

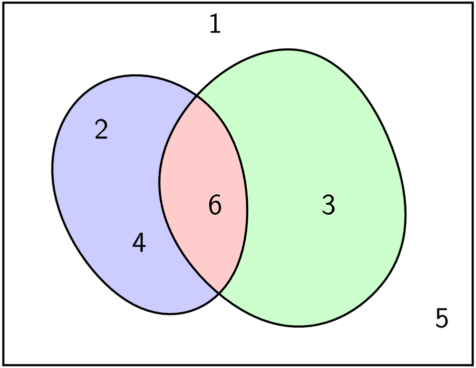
La probabilité d'un événement, c'est donc la "chance" qu'on a de voir cet événement se réaliser. Une chance de 100% ($= 1$), c'est quand on est certain que l'événement se produit. Et une chance de 0, c'est quand l'événement ne se produit jamais. Une probabilité est donc toujours entre 0 et 1.

Le cas de la pièce est un exemple de situation d'équiprobabilité, où toutes les issues ont la même probabilité. Dans ce cas, on calcule la probabilité d'un événement E par la formule :

$$P(E) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas au total}}$$

Pour les probabilités, on peut dessiner un diagramme de Venn : c'est un diagramme sur lequel on écrit toutes les issues, et sur lequel on pourra entourer différents événements pour les dénombrer facilement.

Exemple : on lance un dé à 6 faces.



On dessine un rectangle qui contient les issues.

On dessine une première "patate" pour entourer l'événement A = "obtenir un nombre pair".

À droite l'événement B = "obtenir un multiple de 3".

Du coup, sur le dessin, le 6 est dans les deux "patates", car il est dans les deux événements.

Situation d'équiprobabilité donc $P(A) = \dfrac{3}{6}$ et $P(B) = \dfrac{2}{6}$.

II/ Calculs de probabilités

Parfois, une expérience aléatoire se déroule en plusieurs étapes. Parfois on dessine un tableau à double entrée : en colonne une étape, en ligne l'autre. Par ex. si on lance un dé à 8 faces, un dé à 12 faces, et qu'on souhaite connaître les sommes possibles, on obtient le tableau :

Dé 8 \ Dé 12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Un tel tableau est utile quand on est dans une situation d'équiprobabilité, à la fois pour les lignes et les colonnes. Ici c'est le cas. On peut calculer par exemple $P(17) = \dfrac{4}{96}$ (4 cases correspondent à une somme de 17, sur un total de $8 \times 12 = 96$ cases).

II/ Calculs de probabilités

Parfois, une expérience aléatoire se déroule en plusieurs étapes. Parfois on dessine un arbre, avec un étage pour chaque étape. Par ex. on considère un lot de chemises : $\frac{1}{4}$ de chemises blanches, le reste de rayées. Parmi les blanches, 50% de taille S et le reste de taille L. Parmi les rayées, 40% de taille S, le reste de taille L :