Exercice 1

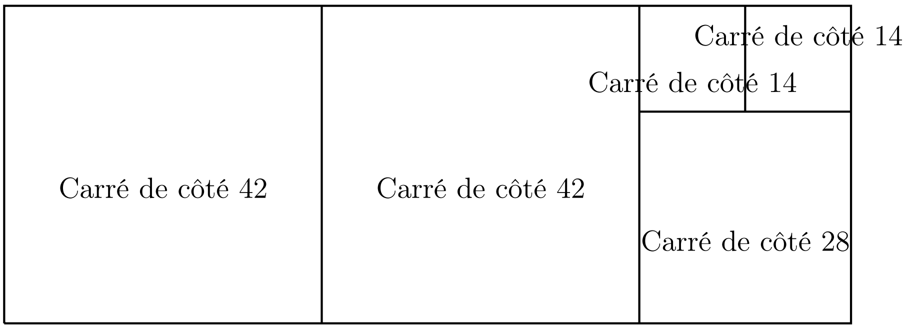
1. L'algorithme d'Euclide consiste à faire des divisions entières successives, jusqu'à ce que le reste soit nul. On divise 112 par 42, puis à chaque étape, le nombre par lequel on divisait devient le nombre qu'on divise, et le reste devient le nombre par lequel on divise :

   $112 = 2 \times 42 + 28$

   $42 = 1 \times 28 + 14$

   $28 = 2 \times 14 + 0.$

   Le dernier reste non nul est 14, donc $\boxed{\text{PGCD}(112, 42) = 14}$. Cela correspond au dessin :



   Pour construire le dessin, on démarre par construire le rectangle de côtés 112 et 42. On cherche à y mettre le maximum de carrés de côté 42. Dans le rectangle qui reste (de taille 28×42, à droite), on cherche à mettre le maximum de carrés de côté 28. Dans le rectangle qui reste (de taille 28×14, en haut à droite) on cherche à mettre le maximum de carrés de côté 14. À cette étape, on a terminé car l'intégralité du rectangle est rempli.

2. $112 \div 14 = 8$ donc $\boxed{a = 8}$ $(112 = 8 \times 14)$ et $42 \div 14 = 3$ donc $\boxed{b = 3}$ $(42 = 3 \times 14)$.

   Pour mener le calcul demandé, on peut se servir de ce qu'on vient de calculer :

   $\frac{1}{112} + \frac{1}{42} = \frac{1}{8 \times 14} + \frac{1}{3 \times 14} = \frac{1 \times 3}{8 \times 14 \times 3} + \frac{1 \times 8}{3 \times 14 \times 8} = \frac{3}{336} + \frac{8}{336} = \boxed{\frac{11}{336}}$.

   Cette fraction est simplifiée au maximum car 11 est un nombre premier et n'est pas un diviseur de 336 ($336 \div 11$ n'est pas un nombre entier).

3. À la question précédente, on a calculé la fraction d'une part de chaque gâteau. Il suffit, pour cette question, de multiplier par 2 : le marié a mangé une fraction égale à $2 \times \frac{11}{336}$ d'un gâteau, c'est-à-dire $\frac{22 \div 2}{336 \div 2} = \boxed{\frac{11}{168}}$ d'un gâteau.

4. Le premier gâteau contient 42 parts, le marié en a pris 2 parts. Il reste donc 40 parts. Les parents en prennent $\frac{1}{10}$, soit 4 parts. Ainsi, les parents ont pris une fraction égale à $\frac{4 \div 2}{42 \div 2} = \boxed{\frac{2}{21}}$ d'un gâteau.

   En tout, il y avait 2 gâteaux. Le marié en a pris $\frac{11}{168}$ et les parents en ont pris $\frac{2}{21}$. Il en reste donc $2 - \frac{11}{168} - \frac{2}{21} = \frac{2 \times 168}{1 \times 168} - \frac{11}{168} - \frac{2 \times 8}{21 \times 8} = \frac{336}{168} - \frac{11}{168} - \frac{16}{168} = \frac{336 - 11 - 16}{168} = \boxed{\frac{309}{168}}$.

Exercice 2

1. Si on remplace x par 3, cela donne :

   $-6(3-3)(2+3 \times 3^2) = -6 \times 0 \times 29 = \boxed{0}$

   Si on remplace x par 0, cela donne :

   $-6(3-0)(2+3 \times 0^2) = -6 \times 3 \times 2 = \boxed{-36}$

2. Si on remplace x par $\frac{2}{3}$, cela donne :

   $$2+5\times\frac{2}{3}=\frac{2\times 3}{1\times 3}+\frac{5\times 2}{3}=\frac{6}{3}+\frac{10}{3}=\boxed{\frac{16}{3}}.$$

3. Le carré rouge est un carré de côté $(x+3)$. Son aire est donc $(x+3)^2=x^2+3^2+2\times x\times 3=x^2+9+6x=\boxed{x^2+6x+9}$. Pour cela, on a utilisé l'identité remarquable $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$. Si on avait oublié l'identité remarquable, il suffisait d'ajouter les 4 aires des sous-figures (le moyen carré, le petit carré, les deux rectangles).

Exercice 3

1. Toutes les fréquences sont données dans l'énoncé sauf pour “Au plus 3”, qui se déduit car la somme de toutes les fréquences est de 100%.
2. On nous dit que l'effectif total est de 500. Il suffit donc de multiplier chaque fréquence par 500 pour obtenir la ligne des effectifs.
3. Pour la proportion de personnes qui lisent au plus 6 livres par an, il suffit d'ajouter la proportion de ceux qui en lisent au plus 3 et de ceux qui en lisent de 4 à 6 : il y en a $\boxed{35\%}$.

   Pour ceux qui lisent au plus 11 livres par an, on rajoute encore ceux qui lisent de 7 à 11 livres par an : il y en a $\boxed{60\%}$.

Nombre de livres lus	Au plus 3	De 4 à 6	De 7 à 11	Au moins 12	Total
Fréquence (en %)	15%	20%	25%	40%	100%
Effectifs	75	100	125	200	500
Angles	54°	72°	90°	144°	360°

BONUS1:

$$\begin{aligned}
& -2\times(3x-2)\times(4+x^2) && \text{On développe le facteur 2 avec le facteur 3.}\\
= & -2\times(3x\times 4+3x\times x^2-2\times 4-2\times x^2) && \text{On simplifie dans la parenthèse.}\\
= & -2\times(12x+3x^3-8-2x^2) && \text{On simplifie encore.}\\
= & -2\times(12x+3x^3-8-2x^2) && \text{On développe.}\\
= & -2\times 12x-2\times 3x^3+2\times 8+2\times 2x^2 && \text{On simplifie.}\\
= & -24x-6x^3+16+4x^2 && \text{On ordonne.}\\
= & -6x^3+4x^2-24x+16
\end{aligned}$$

BONUS2: On a rajouté une ligne pour les angles dans le tableau (il suffit de multiplier les fréquences par 360°). On obtient alors le diagramme circulaire suivant :