Exercice 1 — Fonctions affines

On considère les fonctions $g(x) = 1 - x$ et $h(x) = 2x + 1$.

1. f est une fonction affine, son expression est donc $f(x) = ax + b$. Dans cette expression, a représente le coefficient directeur et b l'ordonnée à l'origine.

   Le coefficient directeur, ou la pente de la droite, c'est le nombre de carreaux qu'on avance sur l'axe des ordonnées quand on avance de 1 carreaux sur l'axe des abscisses. On a noté deux points de la droite A et B, on voit que le coefficient directeur de f est $a = 2$.

   L'ordonnée à l'origine, c'est l'ordonnée du point de la droite à $x = 0$. Ici, on voit que c'est $b = 4$.

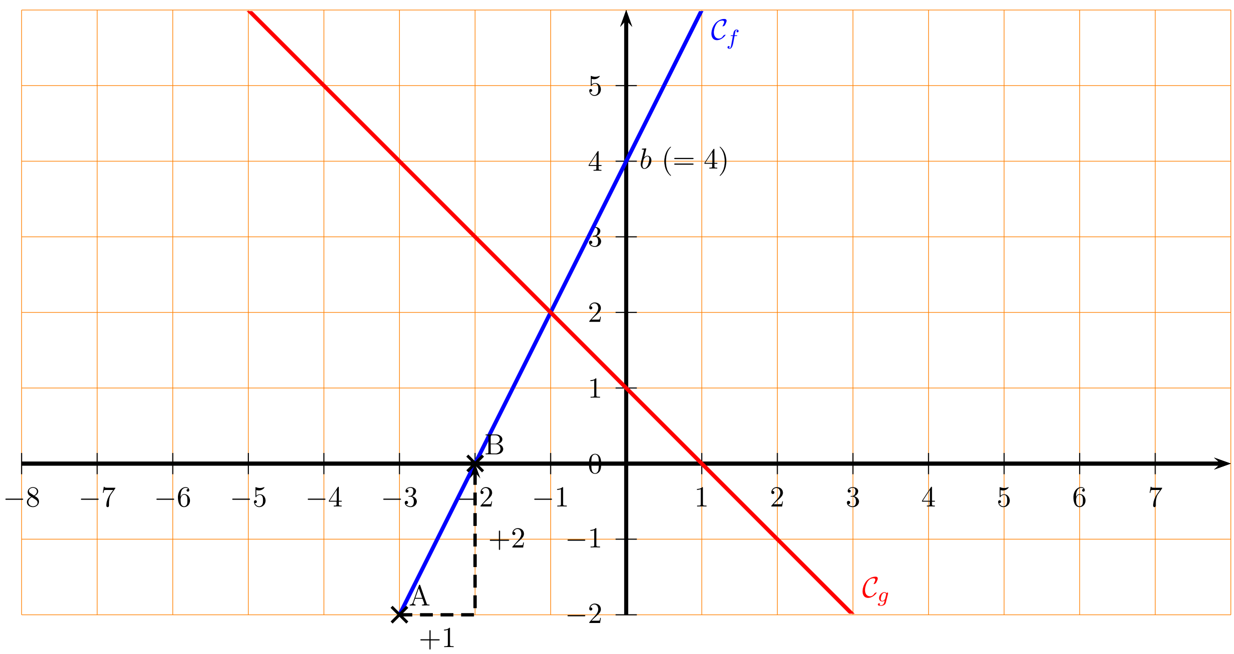
   Donc l'expression est $\boxed{f(x) = 2x + 4}$.

2. Le graphique d'une fonction affine, c'est une droite. Donc, pour tracer g, je n'ai besoin que de deux valeurs. Par ex. $g(0) = 1 - 0 = 1$ donc le point $(0; 1)$ et $g(2) = 1 - 2 = -1$ donc le point $(2; -1)$.

3. Graphiquement, l'inéquation $f(x) \geq g(x)$ est vraie quand la courbe de f est au-dessus de la courbe de g. On voit que c'est le cas à partir de $x = -1$. L'inéquation est large, ça veut dire qu'on prend aussi là où il y a égalité, donc on prend aussi -1. Ainsi, les solutions, ce sont tous les nombres à partir de -1 : $\boxed{\mathcal{S} = [-1; +\infty[}$.

4. Résolvons $g(x) = h(x)$ en détaillant :

$$\begin{array}{rcll}
g(x) & = & h(x) & \\
 & & & \text{On remplace} \\
1 - x & = & 2x + 1 & \\
 & & & +x \\
1 & = & 3x + 1 & \\
 & & & -1 \\
0 & = & 3x & \\
 & & & \div 3 \\
0 & = & x & \\
 & & & \text{Ensemble solution} \\
\boxed{\mathcal{S} = \{0\}} & & &
\end{array}$$



Exercice 2 — Carrés et racines carrées

1. On remplace x par $\sqrt{3}$ dans $2x^2 - 4x + 5$, cela donne :

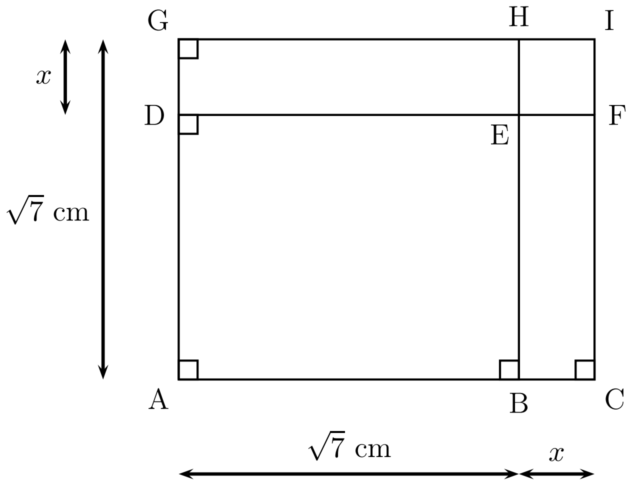
   $2 \times (\sqrt{3})^2 - 4 \times \sqrt{3} + 5 = 2 \times 3 - 4\sqrt{3} + 5 = 6 - 4\sqrt{3} + 5 = \boxed{11 - 4\sqrt{3}}$.

2. Il y a deux nombres dont le carré donne 9 : $\boxed{3 \text{ et } -3}$.

3. Un carré est toujours positif, donc $\boxed{\text{aucun nombre}}$ ne donne -2 quand on l'élève au carré.

BONUS Si $a < 0$, alors $\sqrt{a^2}$ vaut $\boxed{-a}$. Prenons par exemple -3 : $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$.

Exercice 3 — Géométrie



1. On peut reconnaître l'identité remarquable ($(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$) ou bien appliquer la double distributivité :

$$
\begin{aligned}
& (\sqrt{7}+\sqrt{5}) \times (\sqrt{7}-\sqrt{5}) \\
= \ & \sqrt{7}\times\sqrt{7} - \cancel{\sqrt{7}\times\sqrt{5}} + \cancel{\sqrt{5}\times\sqrt{7}} - \sqrt{5}\times\sqrt{5} && \text{Double distributivité.} \\
= \ & 7 - 5 && \text{On simplifie.} \\
= \ & \boxed{2} && \text{On simplifie encore.}
\end{aligned}
$$

2. (a) Le rectangle $ACFD$ a pour largeur $\sqrt{7} - x$ et pour longueur $\sqrt{7} + x$ (exprimées en cm). Son aire est donc $\boxed{(\sqrt{7}-x)(\sqrt{7}+x)}$ (on ne demandait pas de développer ni de simplifier).

   (b) Lorsque $x = \sqrt{5}$, le rectangle a pour aire $(\sqrt{7}-x)(\sqrt{7}+x)$, qu'on a déjà calculé dans la question 1 : cela donne $\boxed{2 \text{ cm}^2}$. Lorsque $x = 0$, le rectangle a pour aire $(\sqrt{7}-0)(\sqrt{7}+0)$, ce qui donne $\boxed{7 \text{ cm}^2}$.

Exercice 4 — Carrés et racines carrées

1. Ici, c'est comme dans les exercices qu'on a faits en classe : $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = \boxed{3\sqrt{2}}$.

2. Cette fois, on va utiliser la même technique à l'envers : $3\sqrt{11} = \sqrt{9} \times \sqrt{11} = \sqrt{9 \times 11} = \boxed{\sqrt{99}}$.

3. $\sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{2} + \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{2} + \sqrt{4} \times \sqrt{2} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = \boxed{3\sqrt{2}}$.

BONUS On a vu en classe que π était un nombre irrationnel, ainsi que la racine de n'importe quel nombre entier qui n'est pas un carré parfait. Donc par ex. $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6} \ldots$