

Exercice 1 — Sans calculatrice, déterminez la valeur exacte des logarithmes suivants :

- | | | | |
|--------------------------|----------------------------|-----------------------|------------------------------|
| 1. $\log_2(2)$ | 4. $\log_2(\frac{1}{16})$ | 7. $\log(1000)$ | 10. $\log_3(9)$ |
| 2. $\log_2(32)$ | 5. $\log_3(81)$ | 8. $\log(0,01)$ | |
| 3. $\log_2(\frac{1}{2})$ | 6. $\log_5(\frac{1}{125})$ | 9. $\log_2(\sqrt{2})$ | 11. $\log_{27}(\frac{1}{3})$ |

Exercice 2 — pH d'une solution

On donne la formule

$$\text{pH} = -\log([\text{H}^+])$$

Cela veut dire que le pH d'une solution vaut l'opposé du logarithme de la concentration en ions H^+ . On compare deux solutions S1 et S2. Le pH de S2 est égal à 1 plus le pH de S1. Que peut-on dire de la concentration des ions H^+ dans S2 par rapport à leur concentration dans S1 ?

Exercice 3

1. Calculez $\log_3(x)$ pour $x = \frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 1, \sqrt{3}, 3, \sqrt{27}, 9$.
2. Dans un même graphique, dessinez $x \mapsto 3^x$ et $x \mapsto \log_3(x)$.
3. Soit x un nombre réel. Combien valent $\log_3(3^x)$ et $3^{\log_3(x)}$?

Exercice 4 — Résoudre les équations suivantes :

- | | | |
|---------------------|---------------------|--------------------|
| 1. $4^{x-2} = 16$ | 3. $8^x = 2$ | 5. $0.1^x = 0.001$ |
| 2. $3^x = 3^{2x-1}$ | 4. $2^6 = 2^{4x-2}$ | 6. $4^{x+2} = 1$ |

Exercice 5 — Écrire de manière plus simple :

- | | | |
|--------------------|---------------------------------|--|
| 1. $\log(10^{-5})$ | 3. $\frac{1}{2}2^{\log_2(0.5)}$ | 5. $27^{\log_3(42)}$ |
| 2. $\log_3(3^4)$ | 4. $10^{\log(-3)}$ | 6. $\log_3(3^{x^2+x+1}) + 2^{\log_2(3-x^2)}$ |

Exercice 6

Une denrée alimentaire est placée dans un congélateur maintenu à la température de -30°C . Lorsque cette denrée reste placée dans le congélateur pendant une durée t , exprimée en heures, la température à cœur $C(t)$ de cette denrée, exprimée en $^\circ\text{C}$, est donnée par :

$$C(t) = a \times 10^{-kt} - 30$$

1. Déterminer a sachant que $C(0) = 5$.
2. Calculer la valeur exacte de k sachant qu'au bout d'une heure, la température à cœur est égale à -23°C .
3. Déterminer par le calcul le temps nécessaire pour que la température atteigne -25°C .

Exercice 7 — Résoudre les équations suivantes :

- | | |
|-------------------------------------|---|
| 1. $\log(x) = 0$ | 4. $(2x - 4)(\log_2(x) - 3) = 0$ |
| 2. $\log(x + 2) = 2$ | 5. $\log_3(x) + \log_3(7) = \log_3(49)$ |
| 3. $\log_7(x + 1) = \log_7(1 - 3x)$ | 6. $\log_3(x - 1) = \log_3(2x - 1)$ |