Exercice 1 — Lecture graphique

Les résultats sont consignés dans le tableau après les explications. Pour la ligne de la tangente, c'est simplement $\tan(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$ (qui n'existe donc pas lorsque $\cos(x) = 0$).

1. Pour le point A (angle associé a), on lit que $\tan(a) = 1$.
2. Pour le point B (angle associé b), on lit que $\cos(b) = -0,5$.
3. Pour le point C (angle associé c), on lit que $\sin(c) = -0,5$.
4. Pour le point D (angle associé d), on lit que $\cos(d) = 0$ et $\sin(d) = -1$.

Point	A	B	C	D
Angle	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{2}$
Sinus	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-0,5$	-1
Cosinus	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-0,5$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0
Tangente	1	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	X

Exercice 2 — Mesures d'angles équivalentes

1. $\dfrac{\pi}{3}$ est dans $[0; 2\pi[$, donc pour donner une mesure équivalente dans $[4\pi; 6\pi[$, il suffit d'ajouter 4π : une mesure équivalente est $\boxed{4\pi + \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{13\pi}{3}}$.
2. $\dfrac{42\pi}{3} = \dfrac{7 \times 6\pi}{3} = 7 \times 2\pi$. Donc une mesure équivalente de cet angle dans $[-\pi; \pi[$ est $\boxed{0}$.
3. Le multiple de 2π qui est dans $[227,5\pi; 229,5\pi[$ est $\boxed{228\pi}$, c'est donc une mesure équivalente à 0 dans cet intervalle.

Exercice 3 — Équations trigonométriques

1. (a) $\cos(x) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ a deux solutions dans un tour complet : $x = \dfrac{\pi}{4}$ et $x = -\dfrac{\pi}{4}$. Donc, dans $[0; 2\pi[$, les solutions sont $\boxed{\mathcal{S} = \left\{\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{7\pi}{4}\right\}}$.

   (b) $\sin\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) = 0,5$ a deux solutions dans un tour complet : $x + \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\pi}{6}$ et $x + \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{5\pi}{6}$. Ce qui donne $x = \dfrac{\pi}{6} - \dfrac{\pi}{3} = -\dfrac{\pi}{6}$ et $x = \dfrac{5\pi}{6} - \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{3\pi}{6}$. Donc, dans $[0; 2\pi[$, les solutions sont $\boxed{\mathcal{S} = \left\{\dfrac{3\pi}{6}; \dfrac{11\pi}{6}\right\}}$.

2. (a) L'équation $\sin(x) = -3$ n'a aucune solution (le sinus d'un nombre est toujours entre -1 et 1). Donc $\boxed{\mathcal{S} = \emptyset}$.

   (b) L'équation $\tan(x) = 0$ a deux solutions dans un tour complet : $x = 0$ et $x = \pi$. Donc, dans $[2\pi; 4\pi[$, les solutions sont $\boxed{\mathcal{S} = \{2\pi; 3\pi\}}$.

Exercice 4 — Utilisation de formules

1. $\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$.

2. On utilise tout d'abord la formule $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$. Puisque $\cos(x) = 0,1$, il vient :

$$\begin{aligned}
0,1^2 + \sin^2(x) &= 1 & \\
& & \text{Calcul} \\
0,01 + \sin^2(x) &= 1 & \\
& & -0,01 \\
\sin^2(x) &= 0,99 & \\
& & \text{Résolution} \\
\sin(x) &= \pm\sqrt{0,99} &
\end{aligned}$$

Or, on sait que $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right[$, et dans ce quart de cercle, les sinus sont positifs. Ainsi, $\boxed{\sin(x) = \sqrt{0,99}}$.

3. Pour calculer $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$, on va utiliser la formule $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$ avec $a = \frac{\pi}{3}$ et $b = \frac{\pi}{4}$:

$\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \boxed{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}}$

Exercice 5 — Transformation d'écritures

1. Les radians et les degrés sont proportionnels, et on sait que 2π radians valent 360 degrés, donc pour 10 degrés, cela donne $\frac{10 \times 2\pi}{360} = \boxed{\frac{\pi}{18} \text{ radians}}$.

2. $(\sqrt{2} + \sqrt{7})^2 = \sqrt{2}^2 + \sqrt{7}^2 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{7} = 2 + 7 + 2\sqrt{14} = 9 + \sqrt{4}\sqrt{14} = \boxed{9 + \sqrt{56}}$.