Exercice 1 — Lecture graphique

Les résultats sont consignés dans le tableau après les explications. Pour la ligne de la tangente, c'est simplement $\tan(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$ (qui n'existe donc pas lorsque $\cos(x) = 0$).

1. Pour le point A (angle associé a), on lit que $\cos(a) = 0$ et $\sin(a) = -1$.
2. Pour le point B (angle associé b), on lit que $\cos(b) = 0,5$.
3. Pour le point C (angle associé c), on lit que $\sin(c) = 0,5$.
4. Pour le point D (angle associé d), on lit que $\tan(d) = 1$.

Point	A	B	C	D
Angle	$\dfrac{3\pi}{2}$	$\dfrac{5\pi}{3}$	$\dfrac{5\pi}{6}$	$\dfrac{\pi}{4}$
Sinus	-1	$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$0,5$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
Cosinus	0	$0,5$	$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
Tangente	X	$-\sqrt{3}$	$-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$	1

Exercice 2 — Mesures d'angles équivalentes

1. $\dfrac{\pi}{2}$ est dans $[0; 2\pi[$, donc pour donner une mesure équivalente dans $[4\pi; 6\pi[$, il suffit d'ajouter 4π : une mesure équivalente est $\boxed{4\pi + \dfrac{\pi}{2} = \dfrac{9\pi}{2}}$.
2. $\dfrac{43\pi}{4} = \dfrac{40\pi + 3\pi}{4} = \dfrac{5 \times 8\pi + 3\pi}{4} = 5 \times 2\pi + \dfrac{3\pi}{4}$. Donc une mesure équivalente de cet angle dans $[-\pi; \pi[$ est $\boxed{\dfrac{3\pi}{4}}$.
3. Le multiple de 2π qui est dans $[227,5\pi; 229,5\pi[$ est $\boxed{228\pi}$, c'est donc une mesure équivalente à 0 dans cet intervalle.

Exercice 3 — Équations trigonométriques

1. (a) $\sin(x) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ a deux solutions dans un tour complet : $x = \dfrac{\pi}{4}$ et $x = \dfrac{3\pi}{4}$. Donc, dans $[0; 2\pi[$, les solutions sont $\boxed{\mathcal{S} = \left\{\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{3\pi}{4}\right\}}$.

   (b) $\cos\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) = 0,5$ a deux solutions dans un tour complet : $x + \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\pi}{3}$ et $x + \dfrac{\pi}{3} = -\dfrac{\pi}{3}$. Ce qui donne $x = \dfrac{\pi}{3} - \dfrac{\pi}{3} = 0$ et $x = -\dfrac{\pi}{3} - \dfrac{\pi}{3} = -\dfrac{2\pi}{3}$. Donc, dans $[0; 2\pi[$, les solutions sont $\boxed{\mathcal{S} = \left\{0; \dfrac{4\pi}{3}\right\}}$.
2. (a) L'équation $\cos(x) = -3$ n'a aucune solution (le cosinus d'un nombre est toujours entre -1 et 1). Donc $\boxed{\mathcal{S} = \emptyset}$.

   (b) L'équation $\tan(x) = 0$ a deux solutions dans un tour complet : $x = 0$ et $x = \pi$. Donc, dans $[2\pi; 4\pi[$, les solutions sont $\boxed{\mathcal{S} = \{2\pi; 3\pi\}}$.

Exercice 4 — Utilisation de formules

1. $\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$.

2. On utilise tout d'abord la formule $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$. Puisque $\cos(x) = 0,3$, il vient :
$$\begin{aligned} 0,3^2 + \sin^2(x) &= 1 && \\ & && \text{Calcul} \\ 0,09 + \sin^2(x) &= 1 && \\ & && -0,09 \\ \sin^2(x) &= 0,91 && \\ & && \text{Résolution} \\ \sin(x) &= \pm\sqrt{0,91} && \end{aligned}$$
Or, on sait que $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right[$, et dans ce quart de cercle, les sinus sont positifs. Ainsi, $\boxed{\sin(x) = \sqrt{0,91}}$.

3. Pour calculer $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$, on va utiliser la formule $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$ avec $a = \frac{\pi}{3}$ et $b = \frac{\pi}{4}$:
$\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{4} = \boxed{\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}}$

Exercice 5 — Transformation d'écritures

1. Les radians et les degrés sont proportionnels, et on sait que 2π radians valent 360 degrés, donc pour 5 degrés, cela donne $\frac{5 \times 2\pi}{360} = \boxed{\frac{\pi}{36} \text{ radians}}$.

2. $(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 = \sqrt{3}^2 + \sqrt{5}^2 + 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = 3 + 5 + 2\sqrt{15} = 8 + \sqrt{4}\sqrt{15} = \boxed{8 + \sqrt{60}}$.