1 Le second degré

Exercice 1 — Petits problèmes

1. Si du carré d'un nombre, on retire 24 unités, on obtient 120 unités. Calculer ce nombre.
2. Déterminer tous les nombres dont le double est égal au triple du carré.
3. Lucie est la plus jeune de la famille. Elle est de 3 ans plus jeune que son frère Clément. Sa sœur Hélène a trois ans de plus que Clément. Le produit de l'âge de Lucie et de Clément est égal à 10 fois l'âge de d'Hélène. Quel est l'âge de ces trois personnes ?
4. Un champ rectangulaire a pour surface 1 144 m^2. Sachant que la longueur a 30 m de plus que la largeur, on demande de calculer les deux dimensions. Justifier vos raisonnements

Exercice 2 — Équations, sans calculatrice

5. Le discriminant (Δ) de l'expression $f(x) = 3x^2 + x - 10$ est :

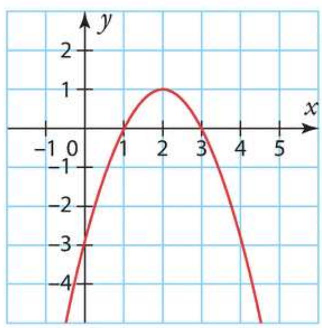
   (a) -121 (b) 121 (c) 119 (d) -119

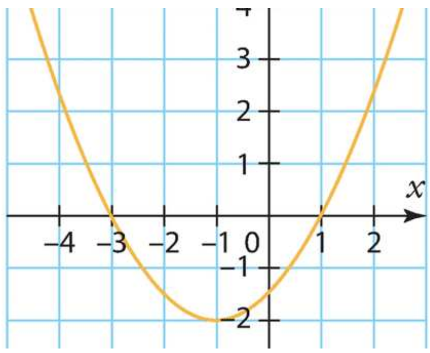
6. Résoudre dans les réels les équations suivantes :

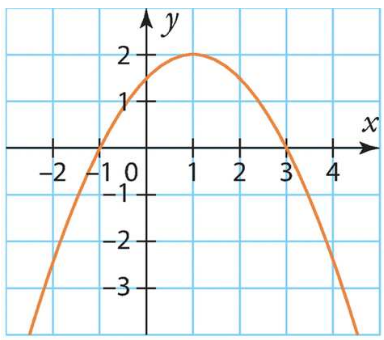
   - $3x^2 - 2x = 0$
   - $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = 0$
   - $-x^2 + x - 1 = 0$
   - $4x^2 + 9x + 2 = 0$
   - $-x^2 - x + \frac{3}{4} = 0$
   - $(x-3)^2 - 4 = 0$

Exercice 3 — Équations et caractéristiques de paraboles

Les trois questions ci-après font référence aux trois paraboles ci-dessous. Pour chaque parabole...

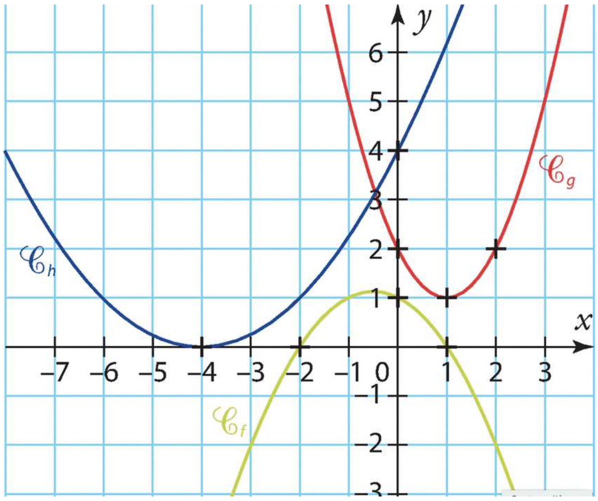






7. ... situer sur les graphiques les sommets, les racines et l'axe de symétrie.
8. ... donner la concavité, le sommet, les racines, l'équation de l'axe de symétrie et le signe de « Δ ».
9. ... utiliser les coordonnées du sommet et les coordonnées d'une des deux racines trouvées, pour déterminer l'équation de la parabole sous la forme canonique : $y = a(x - \alpha)^2 + \beta$

La questions suivante fait référence aux trois paraboles ci-dessous.



10. Donner une expression développée ou factorisée $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$ des fonctions f, g et h dont les paraboles $\mathcal{C}_f$, $\mathcal{C}_g$, et $\mathcal{C}_h$ sont tracées.

Exercice 4 — Équations et caractéristiques de paraboles

11. Déterminer par le calcul le ou les point(s) d'intersection de la droite d'équation : $y = 5x - 3$ avec la parabole d'équation : $y = 2x^2 - 3x + 5$ et vérifier graphiquement en traçant la parabole et la droite dans un même repère.
12. On considère la parabole d'équation : $y = 2x^2 - 2x - 1,5$. Déterminer par le calcul les coordonnées des points d'intersection de la parabole avec la droite d'équation : $y = 2x - 1$.

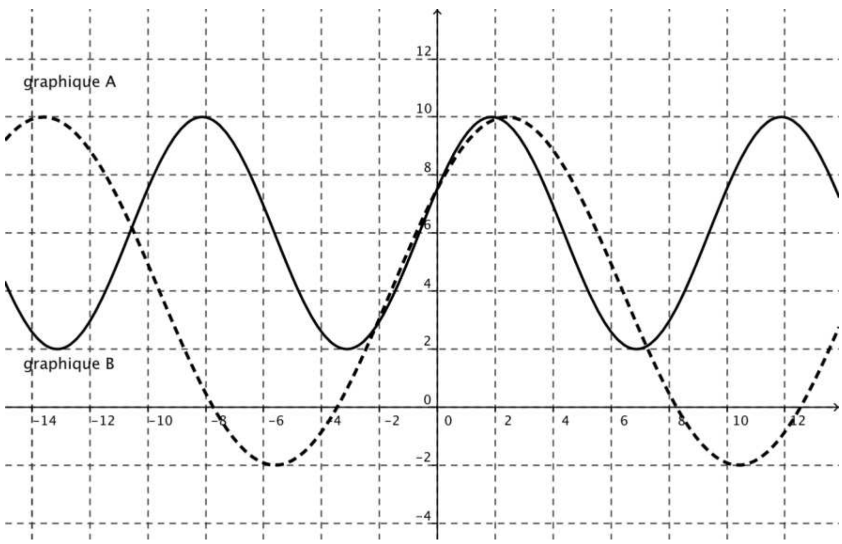
2 Fonctions périodiques

Exercice 5 — Annale de S6, sans calculatrice

Préciser le décalage vertical, l'amplitude, la phase à l'origine, la période, la fréquence pour la fonction suivante : $f(x) = 6 + 4\sin\left(\dfrac{\pi}{5}x + \dfrac{\pi}{8}\right)$.

Exercice 6 — Annale de S6, sans calculatrice

Associer graphique et fonction : $f(x) = 6 + 4\sin\left(\dfrac{\pi}{5}x + \dfrac{\pi}{8}\right)$ $\quad g(x) = 4 + 6\sin\left(\dfrac{\pi}{8}x + \dfrac{\pi}{5}\right)$



Exercice 7 — Annale de S6, avec calculatrice

Faites attention à ce que votre calculatrice soit bien réglée en radians pour cet exercice.

La profondeur de l'eau au bout d'une jetée peut être modélisée par la fonction

$$d(t) = 5,6 \sin\left(\frac{\pi}{6} t\right) + 14,9$$

où d est la profondeur de l'eau en mètres et t est le nombre d'heures après minuit.

Utilisez votre calculatrice pour vous aider à *esquisser un graphe* de cette fonction, puis répondez aux questions suivantes :

1. Quelle est la période de cette fonction ?
2. Estimez la profondeur de l'eau à minuit.
3. Estimez la profondeur de l'eau à 8h du matin.
4. À quelle heure l'eau sera-t-elle la plus haute dans l'après-midi ?

3 Équations trigonométriques

Exercice 8 — Annale de S5 ; sans calculatrice

Résoudre les équations suivantes :

1. $2\sin(x) = \sqrt{3}$, pour $x \in [0; 360°]$
2. $\cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, pour $x \in [0; 2\pi]$
3. $\sin^2(x) = 1 - 2\cos(x) + \cos^2(x)$, pour $x \in [0; 2\pi]$

Exercice 9 — Annale de S5 ; sans calculatrice

Résoudre les équations suivantes :

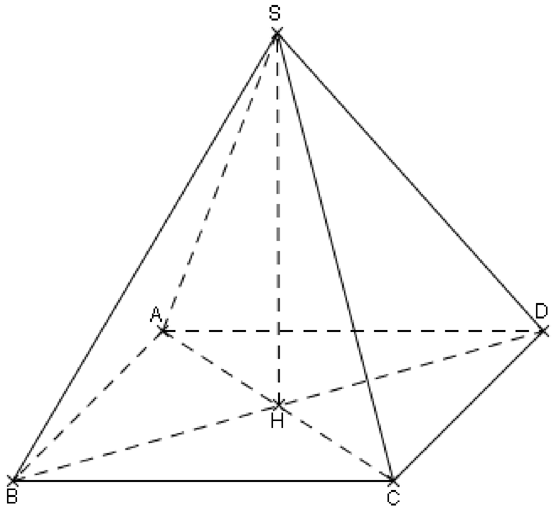
1. $2\cos(x) + 1 = 0$, pour $x \in [-360°; 360°]$
2. $\sin^2(x) + 2\cos(x) = -2$, pour $x \in [0; 360°]$
3. $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, pour $x \in [0; 2\pi]$

4 Géométrie en 3d

Exercice 10

Sur la pyramide $SABCD$ à base rectangulaire ci-dessous, H est le centre du rectangle $ABCD$ et (SH) est perpendiculaire à la base $ABCD$. De plus, on a $SA = SB = SC = SD = 8,5$ cm, $CD = 12$ cm et $BC = 9$ cm.

La représentation ci-dessous n'est pas en vraie grandeur.



1. Tracer en vraie grandeur la face $ABCD$.
2. Vérifier par le calcul que $HD = 7,5$ cm.
3. Tracer en vraie grandeur le triangle SBD et placer le point H.
4. Calculer SH.
5. Calculer le volume de la pyramide $SABCD$.

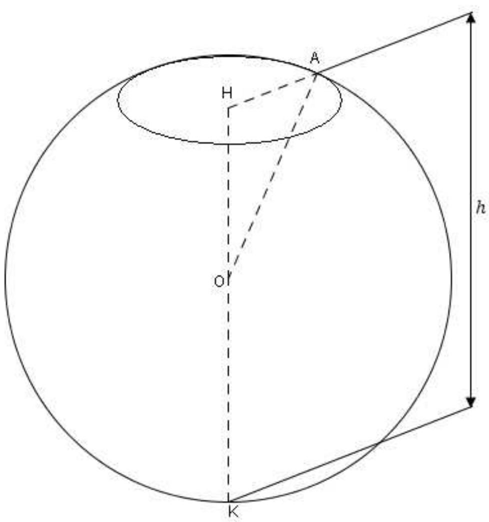
Exercice 11

Une calotte sphérique est un solide obtenu en sectionnant une sphère par un plan.

Un doseur de lessive liquide, représenté ci-dessous, a la forme d'une calotte sphérique de centre O et de rayon $R = OA = 4,5$ cm.

L'ouverture de ce récipient est délimitée par le cercle de centre H et de rayon $HA = 2,7$ cm.

La hauteur totale de ce doseur est HK.



1. Dessiner en vraie grandeur le triangle AHO.
2. Calculer OH en justifiant puis en déduire que la hauteur totale HK du doseur mesure exactement $8,1$ cm.
3. Le volume $\mathcal{V}$ d'une calotte sphérique de rayon R et de hauteur h est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3}\pi h^2(3R - h)$$

Calculer le volume exact du doseur en cm^3 (π pourra apparaître dans le résultat). En déduire la capacité totale arrondie au millilitre du doseur.

5 Probabilités

Exercice 12 — Annale de baccalauréat STG ; avec calculatrice

La probabilité d'un évènement A est notée $p(\mathrm{A})$.
La probabilité de A sachant B réalisé est notée $p_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$.

À l'issue d'une compétition, des sportifs sont contrôlés par un comité antidopage qui doit se prononcer et les déclarer positifs ou négatifs à une substance testée. Or, certains produits dopants restent indétectables aux contrôles et le test utilisé par le comité n'est pas fiable à 100 %.

Plus précisément :

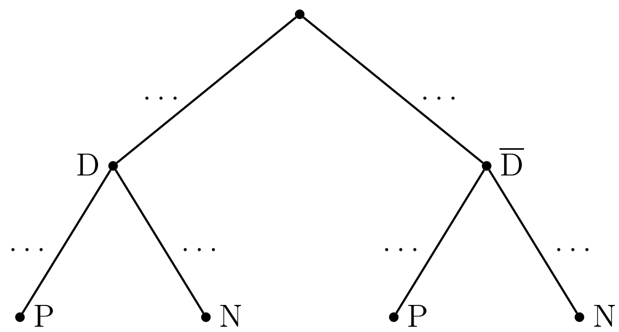
la probabilité qu'un sportif dopé soit déclaré positif est 0,94 ;
la probabilité qu'un sportif non dopé soit déclaré positif est 0,08.

Le comité prend donc sa décision avec un risque d'erreur.
L'expérience a montré que, dans ce genre de compétition, 15% des participants sont dopés. On note :

D l'évènement « le sportif est dopé »,
P l'évènement « le sportif est déclaré positif »,
N l'évènement « le sportif est déclaré négatif ».

Dans toute la suite, on donnera les résultats exacts écrits sous forme décimale.

1. Compléter l'arbre de probabilité suivant illustrant la situation.



2. Indiquer la valeur de $p(\mathrm{D})$ puis celle de $p_{\mathrm{D}}(\mathrm{P})$.
3. (a) Traduire par une phrase l'évènement $\overline{\mathrm{D}} \cap \mathrm{P}$.
   (b) Déterminer la valeur de $p\left(\overline{\mathrm{D}} \cap \mathrm{P}\right)$.
4. Lors d'une compétition, un sportif est choisi au hasard et contrôlé.
   (a) Quelle est la probabilité qu'il soit déclaré positif ?
   (b) Montrer que $p(\mathrm{N}) = 0,791$.
   (c) On note E l'évènement « le comité a commis une erreur ». Déterminer la valeur de $p(\mathrm{E})$.

Exercice 13 — Annale de S4 ; sans calculatrice

On a deux dés à 4 faces bien équilibrés, numérotés de 1 à 4. Une expérience aléatoire consiste à lancer les deux dés, et à noter la somme obtenue.

1. Quelles sont les sommes auxquelles on peut aboutir ?
2. Toutes les sommes sont-elles équiprobables ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir une somme égale à 5 ?
4. Anne a obtenu 6. Quelle est la probabilité d'obtenir une somme strictement plus grande ?
5. Quelle est la probabilité d'obtenir une somme égale à 10 ?