Chapitre 4.
Les suites

Yann Barsamian

École Européenne de Bruxelles 1

Année scolaire 2020–2021

Objectifs de ce chapitre

Dans ce chapitre, nous allons :

- voir une nouvelle notions, les suites
- étudier deux types de suites : les suites arithmétiques et les suites géométriques

I/ Notion de suite

Voilà les deux manières différentes de définir des suites que nous allons travailler dans le cours (8 minutes) :

`https://www.youtube.com/watch?v=Hacf1VQ7DIE`

Thèmes abordés :

- notion de suite
- suite définie “comme une fonction”
- suite définie “par récurrence”

II/ Suites arithmétiques

On appelle une suite arithmétique une suite de nombres où, pour passer d'un terme (un nombre de la suite) au suivant, on fait toujours la même addition. Par exemple, une suite qui démarre avec $u_0 = 4$ et où on ajoute toujours 3 entre un terme et le suivant :

$$u_0 = 4, u_1 = 7, u_2 = 10, u_3 = 13, u_4 = 16, u_5 = 19 \dots$$

Dans une telle suite, deux choses sont importantes :

- le premier terme : ici $u_0 = 4$
- le nombre qu'on ajoute à chaque fois (la <u>raison</u>), ici 3

La relation qu'on a entre un terme de la suite u_n et celui d'après u_{n+1} est donc la relation :

$$u_{n+1} = u_n + 3$$

On appelle cela une relation de <u>récurrence</u>. Elle permet de calculer les termes de la suite un par un.

v_{100} ?

$$v_0 \xrightarrow{+3} v_1 \xrightarrow{+3} v_2 \xrightarrow{+3} v_3 \xrightarrow{+3} v_4 \cdots\cdots v_{100}$$

$+2\times 3$

$+3\times 3$

$+4\times 3$

$+100\times 3$

$v_0 = -5$

$v_{100} = -5 + 100\times 3 = 295$

Une ville de 3000 habitants au depart voit sa population augmenter de 300 habitants chaque annee.

On désigne par u(n) la population au bout de n annees. On a :

$$u_0 = 3000$$
$$u_{n+1} = u_n + 300$$

Au bout de 5 ans ?

$u_0 \quad u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4 \quad u_5$

$$u_5 = 3000 + 5 \times 300$$
$$= 4500$$

Au bout de n ans ?

$u_0 \quad u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_n$

$+n \times 300$

raison

$$\boxed{u_n = \boxed{3000} + \boxed{300}\, n}$$

Le tutoriel suivant explique comment rentrer dans la calculatrice une suite définie par récurrence. On va se servir en cours de tout sauf le 3) (donc, toute la vidéo jusqu'au temps 5 :00) :

`https://www.youtube.com/watch?v=vPnJ_KvR4k4`

Exercice d'application : 40 p.64.

Activité 4 p.45

4) $\times 1{,}1$

n $\qquad$ v_{n+1}

$v_{n+1} = v_n \times 1{,}1$

$2017+n$ $\qquad$ $2017+n+1$

5) $v_0 \qquad v_1 \qquad v_2 \qquad v_3 \quad \times(1{,}1)^n \quad v_n$

$\times 1{,}1 \qquad \times 1{,}1 \qquad \times 1{,}1$

$\times(1{,}1)^2$

$\times(1{,}1)^3$

6)

$v_n = v_0 \times 1{,}1^n$

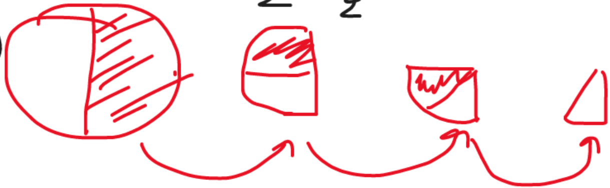
$v_1 = 1{,}1 \times v_0$

$v_2 = 1{,}1^2 \times v_0 \qquad v_3 = 1{,}1^3 \times v_0$

$\boxed{69}$ 1) $u_0 = 1$

$u_1 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

2)



Entre 2 passages baisse de 50%.

$\Rightarrow$ multiplication par $(1 - 50\%) = 0{,}5$

Suite géométrique : $u_n = 1 \times 0{,}5^n$

$\boxed{74}$

$$\underbrace{1}_{3^0}+\underbrace{3}_{3^1}+3^2+\dots+3^{12}$$

$$2^{n+\overset{0}{\cancel{n}}} = 2^n \times \overset{1}{\boxed{2^{\overset{0}{\cancel{n}}}}}$$

$$1-2+4-8+16-32\dots+1024-2048$$

$$(-2)^0+(-2)^1+(-2)^2+(-2)^3\dots \qquad (-2)^{11}$$

Une suite est géométrique si, pour passer d'un terme au suivant, on multiplie toujours par le même nombre d. Ce nombre d est appelé raison de la suite. On a les formules suivantes :

- $u_{n+1} = u_n \times d$ (pour aller d'un terme au suivant, on multiplie par d)
- $u_n = u_0 \times d^n$ (du coup pour aller du premier terme u_0 jusqu'au terme de rang n, on a fait n multiplications par d donc on a multiplié par d^n)

Exemple : dans la propagation des fake news, d'un jour à l'autre, on multiplie le nombre de nouveaux "contaminés" par 1,5 (c'est la raison) et on a débuté avec $u_0 = 50\ 000$. Donc le nombre de nouveaux contaminés, n jours après le début de la propagation, est $u_n = 50\ 000 \times 1,5^n$.