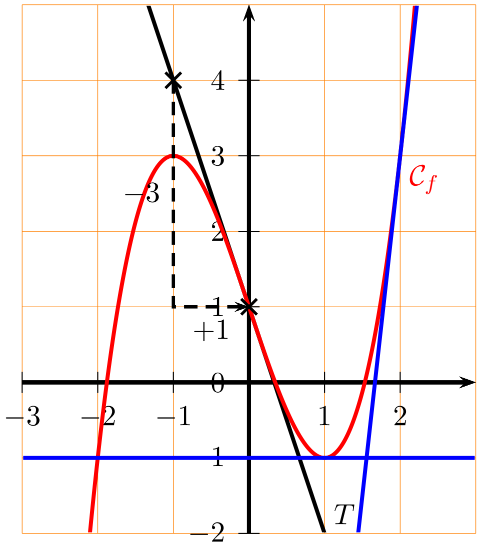
Exercice 1



1. On lit $\boxed{f(0)=1}$ (la courbe passe par le point $(0;1)$) et $\boxed{f'(0)=-3}$ (la tangente T au point d'abscisse 0 a un coefficient directeur de -3, voir pointillés : pour aller du point $(-1;4)$ au point $(0;1)$ on se déplace de $\Delta x = 1$ et $\Delta y = -3$ d'où le coefficient directeur -3).
2. La formule $y = f'(0)\times(x-0)+f(0)$ donne directement l'équation $\boxed{y=-3x+1}$. Sinon, on pouvait aussi lire graphiquement que l'ordonnée à l'origine de T vaut 1.
3. Voir courbe : la tangente en 1 est clairement horizontale, l'autre ne pouvait être tracée qu'approximativement.

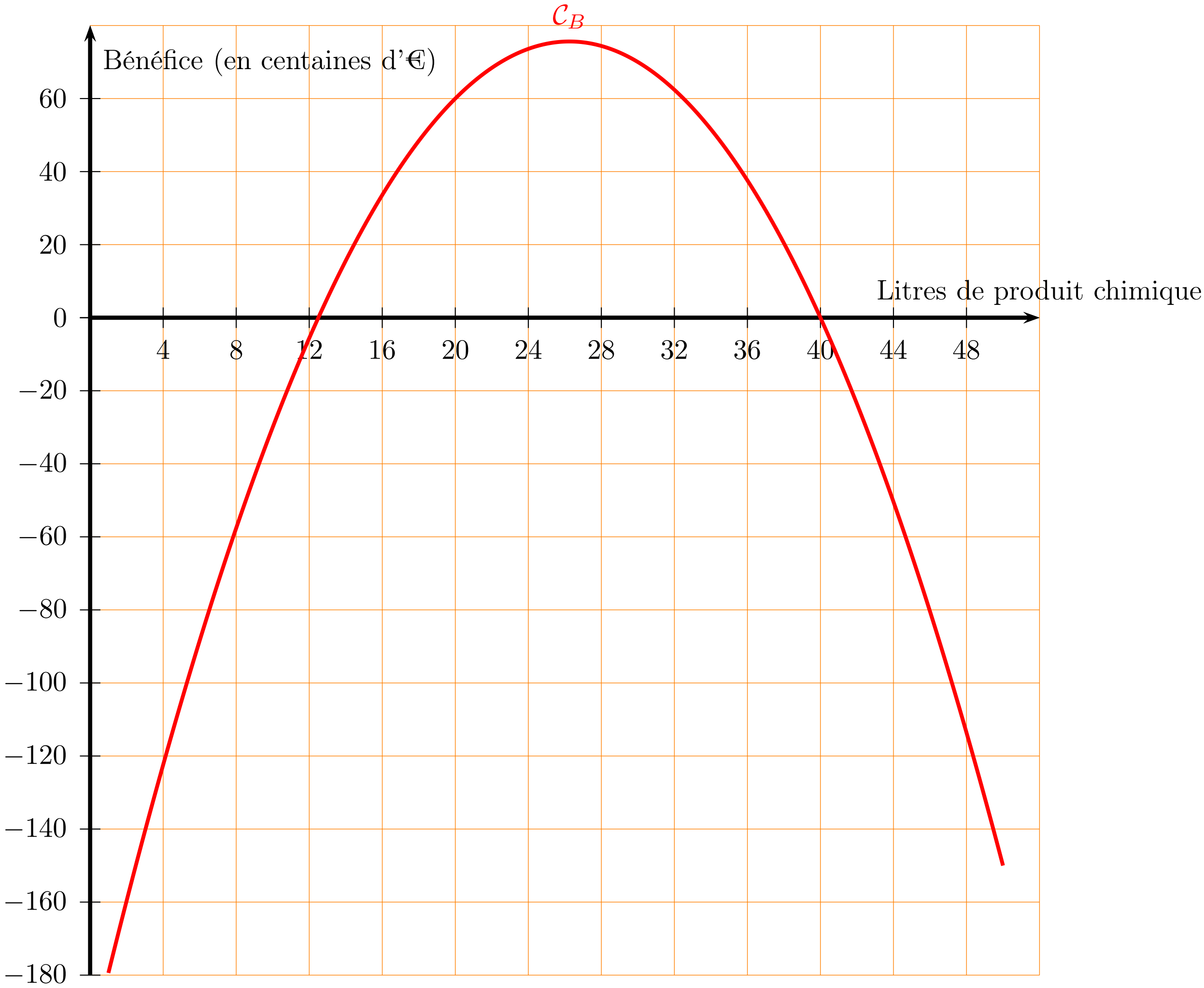
Exercice 2

1. Si l'entreprise vend x litres, elle gagne $x \times 2\ 300$€. Donc, en centaines d'euros, cela donne bien $x \times 23 \times 100$€ soit $R(x) = 23x$.
2. Le bénéfice est donné par les recettes moins les coûts :
$B(x) = R(x) - C(x) = 23x - (0,4x^2 + 2x + 200) = 23x - 0,4x^2 - 2x - 200 = -0,4x^2 + 21x - 200$.
3. On calcule la dérivée :
$$B(x) = -0,4 \times x^2 + 21 \times x - 200.$$
$$B'(x) = -0,4 \times 2x + 21 \times 1 - 0.$$
$\boxed{B'(x) = -0,8x + 21}$.
(bien sûr, on vérifie à la calculatrice avec $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(f(x))$)
4. B' est une fonction du 1er degré, on peut résoudre à la main, en résolvant $B'(x) > 0$ pour trouver la place du "+" par exemple :
$$-0,8x + 21 > 0$$
On ajoute $0,8x$ de chaque côté
$$21 > 0,8x$$
On divise par $0,8$ de chaque côté
$$26,25 > x$$
(bien sûr, on vérifie à la calculatrice avec $solve(-0,8x+21>0,x)$)

On déduit le tableau de variations de B, et on n'oublie pas de calculer les valeurs de $B(x)$ aux extrémités de toutes les flèches ($B(1)$, $B(26,25)$ et $B(50)$).

x	1		26,25		50
Sgn. $B'(x)$		+	0	−	
Var $B(x)$	−179,4	↗	75,625	↘	−150

5. On lit dans le tableau que $x = 26,25$ pour que $B(x)$ soit maximal, donc la quantité à produire pour que le bénéfice soit maximal est de $\boxed{26,25 \text{ litres}}$.
6. Pour aller de $x = 1$ à 50 on peut prendre 1cm $\Leftrightarrow$ 4 litres et pour aller de $y = -180$ à 80 on peut prendre 1cm $\Leftrightarrow$ 20 centaines d'€.



Exercice BONUS

Sur la droite, j'ai reproduit une plus petite portion de la courbe, pour montrer les données qui nous intéressent pour les deux questions.

1. On lit que pendant les 4 premières heures du trajet il a parcouru 350 km. Donc, sa vitesse moyenne, en km/h, a été de $\dfrac{350}{4} = \boxed{87,5}$.
2. Pour avoir sa vitesse instantanée 3h après le départ, on va tracer la tangente à la courbe à $t = 3$ et on va lire le coefficient directeur. Voir pointillés : pour aller du point A au point B (sur la tangente) on se déplace de $\Delta x = 2,5$ et $\Delta y = 225$ d'où le coefficient directeur $\dfrac{225}{2,5} = 90$. La vitesse instantanée est d'environ $\boxed{90 \text{ km/h}}$.