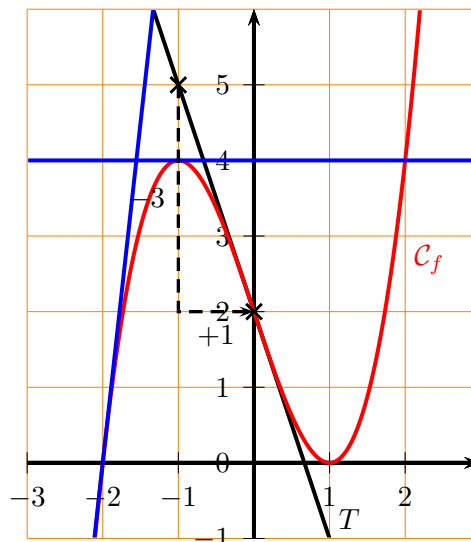


Exercice 1

- On lit $f(0) = 2$ (la courbe passe par le point $(0; 2)$) et $f'(0) = -3$ (la tangente T au point d'abscisse 0 a un coefficient directeur de -3 , voir pointillés : pour aller du point $(-1; 5)$ au point $(0; 2)$ on se déplace de $\Delta x = 1$ et $\Delta y = -3$ d'où le coefficient directeur -3).
- La formule $y = f'(0) \times (x - 0) + f(0)$ donne directement l'équation $y = -3x + 2$. Sinon, on pouvait aussi lire graphiquement que l'ordonnée à l'origine de T vaut 2.
- Voir courbe : la tangente en -1 est clairement horizontale, l'autre ne pouvait être tracée qu'approximativement.



Exercice 2

- Si l'entreprise vend x litres, elle gagne $x \times 2100$ €. Donc, en centaines d'euros, cela donne bien $x \times 21 \times 100$ € soit $R(x) = 21x$.
- Le bénéfice est donné par les recettes moins les coûts :

$$B(x) = R(x) - C(x) = 21x - (0,25x^2 + 2x + 200) = 21x - 0,25x^2 - 2x - 200 = -0,25x^2 + 19x - 200.$$

3. On calcule la dérivée :

$$B(x) = -0,25 \times x^2 + 19 \times x - 200.$$

$$B'(x) = -0,25 \times 2x + 19 \times 1 - 0.$$

$$B'(x) = -0,5x + 19.$$

(bien sûr, on vérifie à la calculatrice avec $\frac{d}{dx}(f(x))$)

- B' est une fonction du 1er degré, on peut résoudre à la main, en résolvant $B'(x) > 0$ pour trouver la place du "+" par exemple :

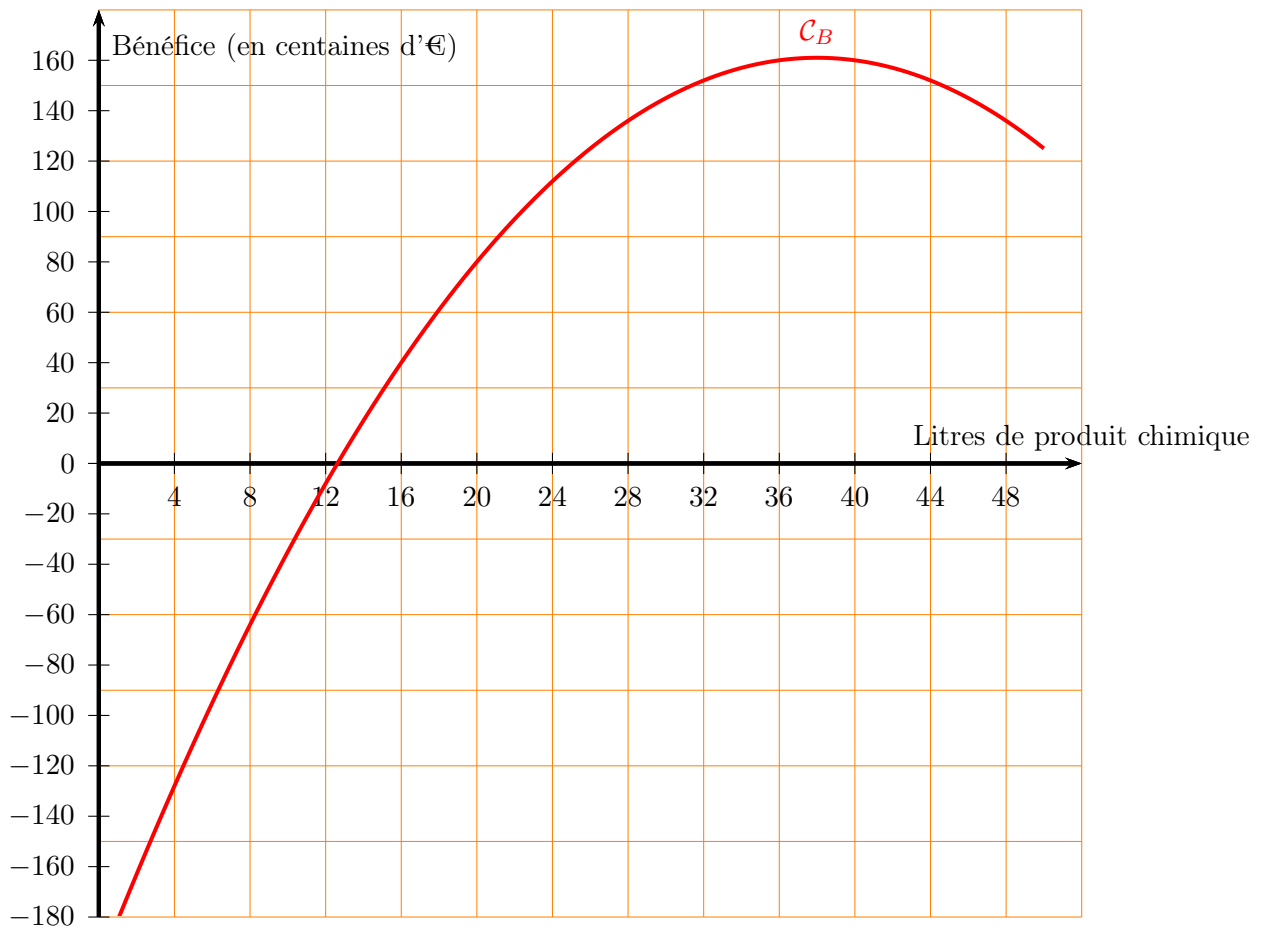
$$\begin{array}{l} -0,5x + 19 > 0 \\ \left. \begin{array}{l} 19 > 0,5x \\ 38 > x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{On ajoute } 0,5x \text{ de chaque côté} \\ \text{On divise par } 0,5 \text{ de chaque côté} \end{array} \end{array}$$

(bien sûr, on vérifie à la calculatrice avec $\text{solve}(-0,5x + 19 > 0, x)$)

On déduit le tableau de variations de B , et on n'oublie pas de calculer les valeurs de $B(x)$ aux extrémités de toutes les flèches ($B(1)$, $B(38)$ et $B(50)$).

x	1	38	50
Sgn. $B'(x)$	+	0	-
Var $B(x)$	-181,25	161	125

- On lit dans le tableau que $x = 38$ pour que $B(x)$ soit maximal, donc la quantité à produire pour que le bénéfice soit maximal est de 38 litres.
- Pour aller de $x = 1$ à 50 on peut prendre $1\text{cm} \Leftrightarrow 4$ litres et pour aller de $y = -180$ à 160 on peut prendre $1\text{cm} \Leftrightarrow 30$ centaines d'€.



Exercice BONUS

Sur la droite, j'ai reproduit une plus petite portion de la courbe, pour montrer les données qui nous intéressent pour les deux questions.

1. On lit que pendant les 3 premières heures du trajet il a parcouru 325 km. Donc, sa vitesse moyenne, en km/h, a été de $\frac{325}{3} \approx \boxed{108}$.
2. Pour avoir sa vitesse instantanée 5h après le départ, on va tracer la tangente à la courbe à $t = 5$ et on va lire le coefficient directeur. Voir pointillés : pour aller du point A au point B (sur la tangente) on se déplace de $\Delta x = 1$ et $\Delta y = 150$ d'où le coefficient directeur $\frac{150}{1} = 150$. La vitesse instantanée est d'environ $\boxed{150 \text{ km/h}}$.

