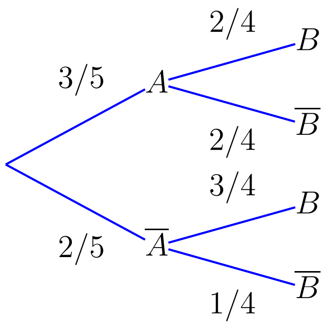
Exercice 1

Un sachet opaque contient trois bonbons au citron et deux bonbons à l'orange, indiscernables au toucher. On tire deux bonbons au hasard successivement sans remise. On note :

- A l'événement : "le premier bonbon tiré est au citron" ;
- B l'événement : "le deuxième bonbon tiré est au citron".

1. Compléter l'arbre de probabilité ci-après.



2. L'événement $A \cap B$ est l'événement $\boxed{\text{“les deux bonbons tirés sont au citron”}}$. On calcule $P(A \cap B) = \dfrac{3}{5} \times \dfrac{2}{4} = \dfrac{6}{20} = \boxed{0,3}$ (= 30%) sur la branche du haut de l'arbre.

3. L'événement B est sur la première et la troisième branche de l'arbre. $P(B) = \dfrac{3}{5} \times \dfrac{2}{4} + \dfrac{2}{5} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{6}{20} + \dfrac{6}{20} = \dfrac{12}{20} = \boxed{0,6}$.

4. Dans cette question, on sait que B est réalisé, et on demande la probabilité de A. Il faut donc calculer $P_B(A)$. On la calcule avec la formule $P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0,3}{0,6} = \boxed{0,5}$.

Exercice 2

Dans une finale de course à pied, il y a 8 concurrents et on veut parier sur les noms des 3 premiers athlètes (médaille d'or, d'argent, de bronze).

Dans ce cas, $\boxed{\text{l'ordre a de l'importance}}$: ce n'est pas pareil qu'un concurrent finisse médaille d'or, médaille d'argent ou médaille de bronze.

Du coup, il s'agit d'un calcul d'arrangement. Il s'agit d'un arrangement de 3 parmi 8, il y en a $A(8,3) = \dfrac{8!}{(8-3)!} = \dfrac{8!}{5!}$ (c'est dans le formulaire). À la calculatrice : Menu -> Probabilités -> Arrangements donne `nPr()`, il faut ensuite taper `nPr(8, 3)` ce qui donne $\boxed{336}$.

Remarque : on pouvait aussi écrire le calcul $8 \times 7 \times 6 = 336$ (8 choix pour la médaille d'or, puis 7 choix pour la médaille d'argent, puis 6 choix pour la médaille de bronze).

Exercice 3

Un digicode contient 12 touches différentes[1]. On souhaite former des codes de 4 caractères.

[1] Leur valeur est sans importance pour les questions 1 à 3. Pour la question bonus on en a besoin, les touches sont : A, B, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, et 9.

1. Nous avons 12 touches, et on veut former un code de 4 caractères (qu'on peut éventuellement répéter). Il y a donc $12 \times 12 \times 12 \times 12 = 12^4 = \boxed{20\ 376}$ codes différents.

2. Il s'agit, comme à l'exercice 2, d'un arrangement (les caractères doivent être tous différents et l'ordre a de l'importance : le code $A123$ n'est pas le même que le code $12A3$).

   On calcule $A(12, 4) = \dfrac{12!}{(12-4)!} = \dfrac{12!}{8!}$ (c'est dans le formulaire) ou Menu -> Probabilités -> Arrangements donne `nPr()`, il faut ensuite taper `nPr(12, 4)` ce qui donne $\boxed{11\ 880}$.

3. Dans cette question, on reconnaît que c'est le complémentaire de la question précédente. Effectivement pour un code il n'y a que deux possibilités : soit tous les caractères sont différents, soit il y en a au moins 2 identiques ! Du coup il suffit de soustraire les calculs faits aux 2 premières questions. On trouve $20\ 376 - 11\ 880 = \boxed{8\ 496}$.

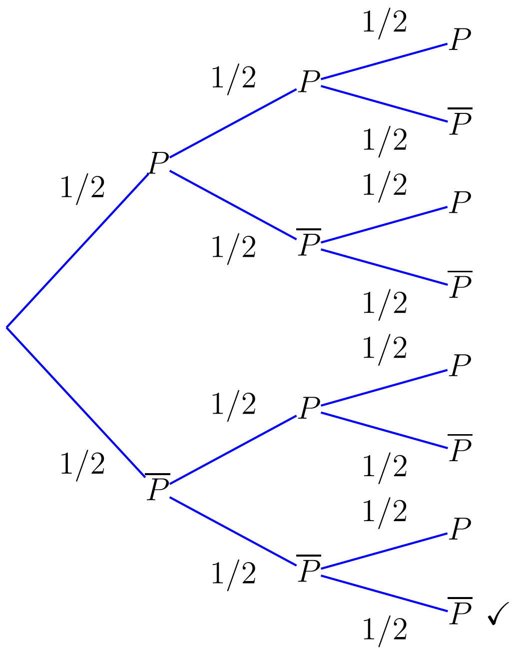
BONUS On va commencer par trouver les codes qui contiennent 1 lettre puis 3 chiffres, et on va retirer ceux qui ont tous leurs chiffres égaux.

Il y a 2 lettres et 10 chiffres, donc au total $2 \times 10 \times 10 \times 10 = 2\ 000$ codes à 1 lettre puis 3 chiffres. Parmi ces 2 000 codes, on a 20 codes où les 3 chiffres sont égaux $(A000, A111, A222, \ldots, A999, B000, \ldots, B999)$. Du coup il y a $\boxed{1\ 980}$ codes qui respectent les contraintes.

Exercice BONUS

On considère un dé à 6 faces numérotées de 1 à 6, bien équilibré. On lance ce dé 3 fois de suite. Quelle est la probabilité que l'on n'obtienne aucun nombre pair ?

On peut faire un arbre pour cet exercice, exactement comme l'exercice 10 des exercices de révisions. On note P = "obtenir un nombre pair" (3 nombres pairs sur 6 donc probabilité $\dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$ à chaque lancer).



L'événement "aucun nombre pair" est donc uniquement sur la branche du bas, sa probabilité est $\dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2} = \boxed{\dfrac{1}{8}}$.