Travail de groupe n°1 Mercredi 14 octobre 2020

Exercice 1 — Adapté de baccalauréat STG Antilles-Guyanne, Juin 2012

Entre 2009 et 2010 une entreprise a vu son chiffre d'affaire diminuer de 23 %.
Entre 2010 et 2011 son chiffre d'affaires à augmenté de 6,15 %.
En 2009 le chiffre d'affaires était de 572 128 €.

1. On doit multiplier le chiffre d'affaires de 2009 pour obtenir le chiffre d'affaires de 2010 par $\boxed{\text{b. } 0{,}77}$.

   Le coeffficient multiplicateur est $(1+t)$ ici $t = -23\% = -0,23$ car il s'agit d'une diminution.

2. Le taux d'évolution entre 2011 et 2012 pour que le chiffre d'affaires de 2012 soit le même que celui de 2010 est $\boxed{\text{b. -5,79 \%}}$

   Appelons t est le taux d'évolution entre 2011 et 2012, et voyons plusieurs méthodes :

   (a) En calculant les chiffres d'affaires intermédiaires (attention à ne pas arrondir les calculs intermédiaires pour ne pas avoir d'erreur d'arrondi)

   $$\begin{tikzcd} 2009 \arrow[r, bend left, "-23\%"] & 2010 \arrow[r, bend left, "+6,15\%"] & 2011 \arrow[r, bend left, "+t"] & 2012 \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} 2009 \arrow[r, bend left, "\times 0,77"] & 2010 \arrow[r, bend left, "\times 1,0615"] & 2011 \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & 2012 \end{tikzcd}$$

   Ainsi le chiffre d'affaires de 2010 est de $0,77 \times 572\ 128$ € $= 440\ 538,56$ €.
   Le chiffre d'affaires de 2011 est donc de $1,0615 \times 440\ 538,56$ € $= 467\ 631,6814$ €
   On veut que le chiffre d'affaires de 2012 soit le même que celui de 2010, c'est à dire $440\ 538,56$ €. Donc le taux d'évolution 2011-2012 vaut $\frac{440\ 538{,}56 - 467\ 631{,}6814}{467\ 631{,}6814} \approx -0,0579$ soit $-5,79\%$.

   (b) Sans calculer de chiffre d'affaires :

   $$\begin{tikzcd} 2010 \arrow[r, bend left, "+6,15\%"] \arrow[rr, bend right, "+0"'] & 2011 \arrow[r, bend left, "+t"] & 2012 \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} 2010 \arrow[r, bend left, "\times 1,0615"] \arrow[rr, bend right, "\times 1"'] & 2011 \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & 2012 \end{tikzcd}$$

   On veut que les chiffres d'affaires de 2010 et de 2012 soient égaux.
   Puisque les chiffres d'affaires sont égaux, c'est que le coefficient multiplicateur entre 2010 et 2012 vaut 1 ! Mais le coefficient multiplicateur entre 2010 et 2012, c'est aussi $(1,0615)\times(1+t)$ (puisque les coefficients multiplicateurs 2010/2011 et 2011/2012 se multiplient entre eux).
   On veut donc trouver t pour que $(1,0615)(1+t) = 1$.
   En divisant de chaque côté par $1,0615$ il vient $1 + t = \frac{1}{1{,}0615}$.
   En retranchant 1 de chaque côté il vient enfin $t = \frac{1}{1{,}0615} - 1 \approx -0,0579$.

3. Le taux d'évolution global entre 2009 et 2011 est $\boxed{\text{d. -18,26 \%}}$

   C'est le même genre de schéma que précédemment :

   (a) En calculant les chiffres d'affaires intermédiaires, on obtient les mêmes résultats qu'à la question précédente. On calcule donc le taux 2009-2011 par la formule :
   $t = \dfrac{\text{chiffre d'affaires}_{2011} - \text{chiffre d'affaires}_{2009}}{\text{chiffre d'affaires}_{2009}} = \frac{467\ 631{,}6814 - 572\ 128}{572\ 128} \approx -0,182645$ soit $-18,26\%$.

   (b) Sans calculer de chiffre d'affaires : les coefficients multiplicateurs 2009/2010 et 2010/2011 se multiplient entre eux pour donner le coefficient 2009/2011 qui est donc de $(1-0,23)(1+0,0615) = 0,817355$.
   Si on appelle t le taux 2009/2011, on a donc $1 + t = 0,817355$.
   En retranchant 1 de chaque côté, il vient $t \approx -0,1826$

4. Le taux moyen semestriel entre 2009 et 2010 est $\boxed{\text{c. -12,25 \%}}$

   Il faut faire attention à ce qu'on demande : on demande un taux semestriel. Il y a bien sûr 2 semestres par an, donc si on appelle t le taux moyen semestriel, on a le schéma suivant :

$$\begin{tikzcd}
\text{2009 sem 1} \arrow[r, bend left, "+t"] \arrow[rr, bend right, "-23\%"'] & \text{2009 sem 2} \arrow[r, bend left, "+t"] & \text{2010 sem 1}
\end{tikzcd}
\qquad
\begin{tikzcd}
\text{2009 sem 1} \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] \arrow[rr, bend right, "\times 0,77"'] & \text{2009 sem 2} \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & \text{2010 sem 1}
\end{tikzcd}$$

   On a donc comme précédemment $(1+t)^2 = 0,77$.
   C'est équivalent à $1+t = 0,77^{\frac{1}{2}}$ (Remarque : $0,77^{\frac{1}{2}} = \sqrt{0,77}$).
   D'où $t = \sqrt{0,77} - 1 \approx -0,1225$

Exercice 2 — Adapté de BTS CGRH, Polynésie, septembre 2012

Partie A

1. (a) D'après le graphique, la production de 40 kg de la substance coûte $\boxed{300€}$ à l'usine et la production de 80 kg lui coûte $\boxed{720€}$.
   (b) D'après le graphique, la production maximale pour laquelle le coût n'excède pas 340€ est de $\boxed{\text{45 kg}}$.

2. (a) La fonction g est affine (elle est même linéaire), sa représentation graphique est donc une droite. Prenons deux points :
   Si je choisis $x = 0$, je calcule alors $g(0) = 9 \times 0 = 0$. Je sais donc que le point $(0;0)$ est sur $\mathcal{C}_g$.
   Si je choisis $x = 20$, je calcule alors $g(20) = 9 \times 20 = 180$. Je sais donc que le point $(20;180)$ est également sur $\mathcal{C}_g$. Je n'ai plus qu'à relier. Cf. annexe.
   (b) Pour qu'il y ait un bénéfice positif, il faut qu'il y ait plus de recettes que de dépenses. Donc que la courbe de g soit au-dessus de la courbe de f. Graphiquement, on voit que c'est pour une quantité produite et vendue $\boxed{\text{comprise entre 20 kg et 80 kg}}$.

Partie B

1. Le bénéfice vaut les recettes (dont la valeur est $g(x)$) moins les dépenses (dont la valeur est $f(x)$). C'est-à-dire ici :

   $B(x) = g(x) - f(x) = 9x - (0,075x^2 + 1,5x + 120) = 9x - 0,075x^2 - 1,5x - 120 = -0,075x^2 + 7,5x - 120$.

   On retrouve bien la valeur donnée par l'énoncé.

2. L'équation $B(x) = 0$ est une équation du second degré de type $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a = -0,075$, $b = 7,5$ et $c = -120$.

   $\Delta = 7,5^2 - 4 \times (-0,075) \times (-120) = 56,25 - 36 = 20,25$.

   Δ est strictement positif, il y a deux solutions : $\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-7,5-\sqrt{20,25}}{2\times(-0,075)} = \dfrac{-7,5-4,5}{-0,15} = \dfrac{-12}{-0,15} = \boxed{80}$ et $\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-7,5+\sqrt{20,25}}{2\times(-0,075)} = \dfrac{-7,5+4,5}{-0,15} = \dfrac{-3}{-0,15} = \boxed{20}$.

   Ainsi $\boxed{\mathcal{S} = \{20;80\}}$.

3. On doit taper

$$solve(-0.075 \cdot x^2 + 7.5 \cdot x - 120 \geq 0, x)$$

   et la calculatrice répond $20 \leq x \leq 80$. Cela correspond donc à l'intervalle solution $\boxed{\mathcal{S} = [20;80]}$ (les valeurs entre 20 et 80).

   Cette question était équivalente à la question 2)b), car résoudre $B(x) \geq 0$, c'est regarder là où le bénéfice est positif.

Annexe à compléter