1 Présentation (5% de la note)

On rappelle que dans la copie, il s'agit de rédiger les réponses avec une phrase en français et d'encadrer les résultats. Comme pour le baccalauréat, 5% de la note sera attribué à cela.

2 Formulaire

Vous aurez droit au formulaire que l'on a utilisé toute l'année. Ne l'apportez pas, on vous en donnera un : `http://www.barsamian.am/EE_docs_officiels/S6S7_Formulaire_maths.pdf`

3 Fonctions

3.1 Rappels du premier semestre

Toutes les manipulations qu'on a déjà vues l'an dernier et au premier semestre sont toujours à connaître (racines, tableau de variations, calculs d'image ou d'antécédent, résolution d'(in)équations, tracer un graphique, lecture graphiques...).

3.2 Limites et asymptotes

• Si une fonction f admet une limite finie a en l'infini (quand $x \to +\infty$ ou $x \to -\infty$), alors c'est que la fonction est "presque horizontale" au voisinage de l'infini. On dit que sa courbe a une asymptote horizontale. Dans ce cas, l'équation de l'asymptote est $y = a$.

• Si une fonction f admet une limite infinie ($+\infty$ ou $-\infty$) en un nombre fini a (quand $x \to a^+$ ou $x \to a^-$), alors c'est que la fonction est "presque verticale" au voisinage de a. On dit que sa courbe a une asymptote verticale. Dans ce cas, l'équation de l'asymptote est $x = a$.

3.3 Dérivées

• La dérivée de f en a, c'est le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a.

• La dérivée permet d'étudier l'évolution d'une fonction (dérivée positive $\Leftrightarrow$ fonction croissante ; dérivée négative $\Leftrightarrow$ fonction décroissante). On a un extremum quand la dérivée s'annule en changeant de signe (maximum quand elle fait "+ 0 -" et minimum quand elle fait "- 0 +").

• Formules de calcul à la main. Exemple du cours :

> Nous voulons dériver $f(x) = x^3 - 1.5x^2 - 6x + 2.5$.
>
> $$f(x) = x^3 - 1.5 \times x^2 - 6 \times x + 2.5.$$
>
> $$f'(x) = 3x^2 - 1.5 \times 2x - 6 \times 1 + 0.$$
>
> $\boxed{f'(x) = 3x^2 - 3x - 6}$.
>
> Étape 1 : on écrit chaque terme de f comme produit d'une constante par une fonction de référence (en S6, nos fonctions de références sont les fonctions puissance : ici x^3, x^2, x et les constantes).
>
> Étape 2 : dans chaque terme, on garde la constante et on dérive la fonction de référence.
>
> Étape 3 : on simplifie.

• Équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ (la courbe de f) au point d'abscisse a : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.

3.4 À la calculatrice

- Calcul de limites : ex. $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ ou $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, calcul de dérivées : $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(f(x))$
- Équation de la tangente : $tangentLine(f(x), x, a)$ (menu, analyse, tangente)
- Signe de la dérivée : on enregistre la fonction dérivée $df(x) := \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(f(x))$ puis on résout, pour le signe positif par exemple, $solve\,(df(x) > 0, x)$
- Maximum d'une fonction sur l'intervalle $[a; b]$: $fMax(f(x), x, a, b)$ (menu, analyse, maximum).

Remarque : si on ne met rien pour a et b, ça calcule sur $\mathbb{R}$. Cet outil donne la valeur de x pour laquelle le maximum de f est atteint. Pour trouver la valeur maximale, il faut calculer l'image de cette valeur par f ! Ex. si $f(x) = \dfrac{2.2x}{(x+0.8)^2}$ (fonction du test 4), la calculatrice répond quand on lui demande $fMax(f(x), x, 0, \infty)$ que $x = 0.8$ ce qui veut dire que "le maximum est atteint en $x = 0.8$", et donc pour calculer la valeur maximale, il faut calculer $f(0.8) = 0.6875$.

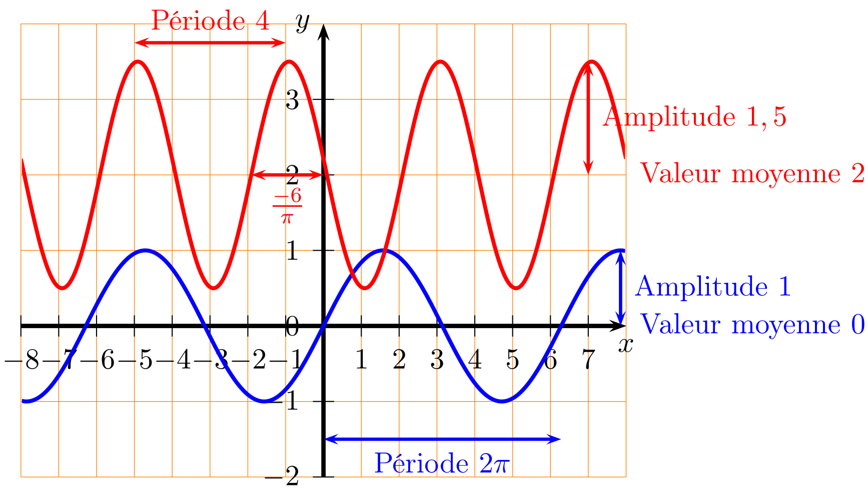
- Minimum avec $fMin$, mêmes remarques que précédemment.
- Je rappelle également cette vidéo :`https://www.youtube.com/watch?v=7VAH9qpIB-E`

3.5 Cas particulier des fonctions périodiques

Pour une fonction du type $a\sin(bx+c)+d$ ou $a\cos(bx+c)+d$, déterminer :

- La période, c'est l'intervalle minimal, sur l'axe des x, pour lequel la fonction se répète : on la calcule avec $\boxed{\dfrac{2\pi}{b}}$.
- La valeur moyenne : c'est la valeur autour de laquelle la fonction oscille. C'est simplement d (cela correspond à un décalage sur l'axe des y).
- L'amplitude, c'est la différence entre la valeur maximale et la valeur moyenne. C'est $\boxed{|a|}$. C'est aussi la moitié de la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale (par symétrie).
- Enfin il y a le décalage sur l'axe de x : le déphasage. La phase à l'origine est la valeur $\boxed{c}$. Il est à noter que c ne correspond pas directement au décalage sur l'axe des x. Ce décalage vaut $-\dfrac{c}{b}$.

Exemple : En bleu : $x \mapsto \sin(x)$. En rouge, $x \mapsto 1,5\sin\left(\dfrac{2\pi}{4}x + 3\right) + 2$.



4 Probabilités

4.1 Rappels de S5

- Notations : univers (Ω), issues, événements, réunion $(A \cup B)$, intersection $(A \cap B)$, événement contraire $(\overline{A})$, événements disjoints $(A \cap B = \emptyset)$.

- Formules :
  - ◇ Pour un événement A, $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.
  - ◇ Pour tous événements A et B, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (c'est dans le formulaire).
- Probabilité conditionnelle : la probabilité de B sachant A : $P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$ (c'est dans le formulaire, par contre il faut bien réussir à identifier, dans un texte, quand on a affaire à une probabilité de ce type ; il faut réussir à faire des calculs de ce type dans un tableau à double entrée ou avec un arbre).

4.2 Dénombrement

• Le principe multiplicatif : quand on doit faire plusieurs choix, le nombre total de choix différents, c'est le produit du nombre de possibilités à chaque choix.

• Les permutations : quand on a n objets, c'est le nombre possible de manières de réordonner ces n objets. Il y en a $n!$. À la calculatrice : touche "?! ▶" ou bien Menu -> Probabilités -> Factorielle (!).

• Les arrangements : le nombre de groupes de k éléments parmi n, quand l'ordre a de l'importance. Il y en a $A(n,k) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$ (c'est dans le formulaire). À la calculatrice : Menu -> Probabilités -> Arrangements donne `nPr()`, il faut ensuite taper `nPr(n, k)` (avec les valeurs nécessaires de n et k).

• Les combinaisons : le nombre de groupes de k éléments parmi n, quand l'ordre n'a pas d'importance. Il y en a $C(n,k) = \dfrac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$ (c'est dans le formulaire). À la calculatrice : Menu -> Probabilités -> Combinaisons donne `nCr()`, il faut ensuite taper `nCr(n, k)` (avec les valeurs nécessaires de n et k).

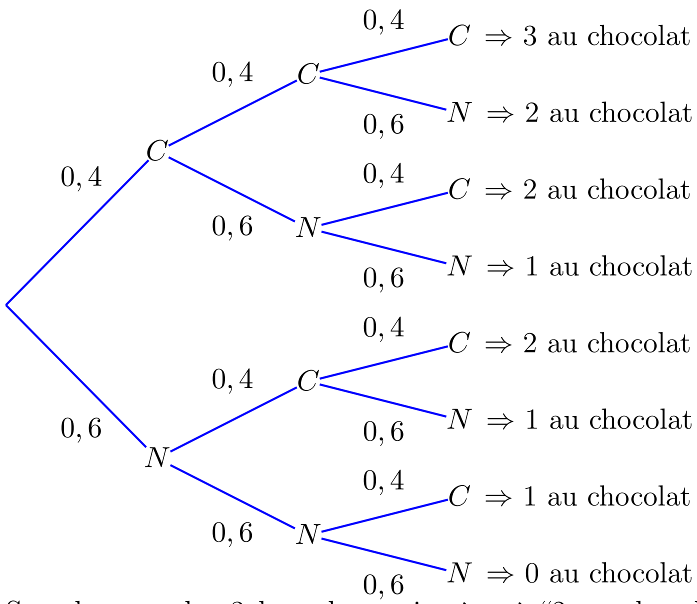
• Calculer des probabilités à l'aide de ces dénombrements, dans des situations d'équiprobabilité (nombre de cas favorables sur nombre de cas au total).

4.3 Loi binomiale

• On est dans une situation de loi binomiale quand on a la répétition à l'identique de la même expérience, de manière indépendante, et qu'on s'intéresse à la même issue de l'expérience.

• Exemple à la main : une usine fabrique des biscuits au chocolat (40% au chocolat, le reste nature) et on prend au hasard 3 biscuits. On peut modéliser cela par un tirage avec remise car il y a tellement de biscuits qu'en prendre 1 ne change quasiment pas la probabilité.

C = "tirer un biscuit au chocolat" et N = "tirer un biscuit nature" (on remarque que $N = \overline{C}$) :



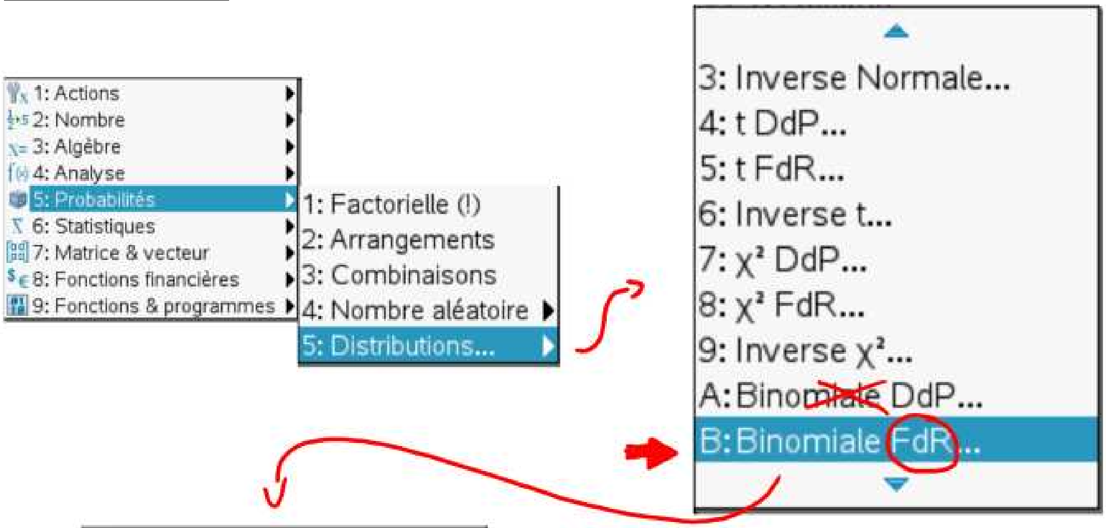
Sur chacune des 3 branches qui mène à "2 au chocolat", la probabilité est la même. Au lieu de calculer les 3 probabilités puis leur somme, il suffit donc de calculer une seule probabilité et de multiplier par 3 : on trouve $P(\text{"2 au chocolat"}) = 3 \times 0,4^2 \times 0,6$.

Plus généralement, si on tire n biscuits, alors C_n^k branches aboutissent à k biscuits au chocolat... C'est la formule du formulaire, si on note X la variable aléatoire "nombre de biscuits tirés au chocolat", alors pour tout k (entre 0 et n) :

$$P(X=k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} \quad \text{où} \quad C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

Remarque : ici avec $n = 3$ et $k = 2$ on retrouve bien $C_3^2 = \dfrac{3!}{2! \times (3-2)!} = \dfrac{3!}{2! \times 1!} = \dfrac{3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 1} = 3.$

- À la calculatrice :



nombre de répétitions (n)
Probabilité de succès (p)
Valeur de début
Valeur de fin

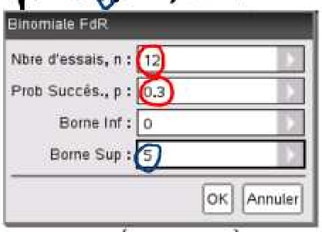
Ex : Pour $X \sim \mathcal{B}(3;0,2)$ $p(X=2)$: 0,096

} paramètres de X

binomCdf(3,0.2,2,2) 0.096

Pour $X \sim \mathcal{B}(12, 0,3)$

$p(X \leq 5) = 0,882151$



binomCdf(12,0.3,0,5)

$p(X \geq 8)$

binomCdf(12,0.3,8,12)

$p(2 \leq X \leq 7) = 0,905486$

binomCdf(12,0.3,2,7)