

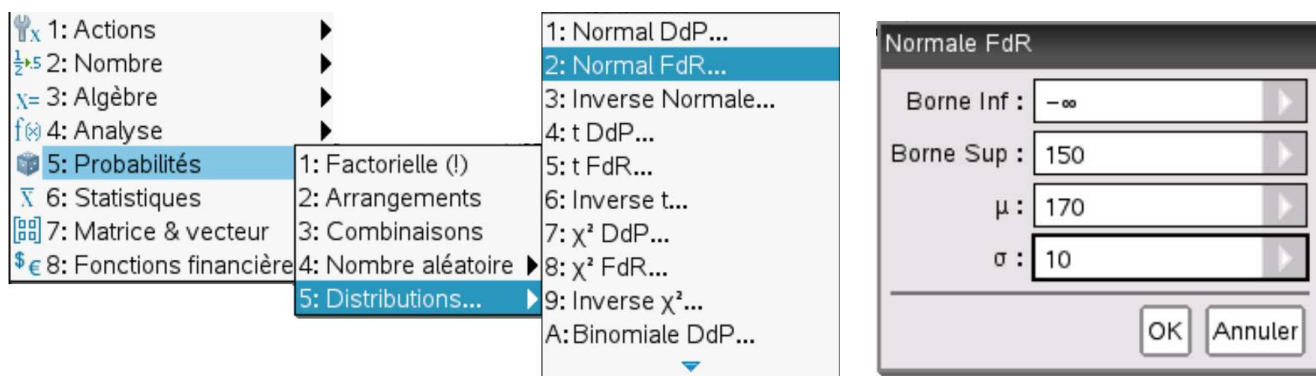
1 Trouvez $P(a \leq Y \leq b)$

On vous explique qu'une quantité Y suit une loi normale, on vous donne μ , σ , ainsi que l'intervalle $]a; b[$ considéré, et on demande de calculer la probabilité que Y soit dans cet intervalle, c'est-à-dire $P(a \leq Y \leq b)$.

À la calculatrice, on utilise `normCdf(a, b, mu, sigma)`.

On modélise la taille des individus d'une population par une loi normale de moyenne 170 cm et d'écart-type 10 cm. Quelle est la probabilité qu'une personne prise au hasard dans cette population ait une taille inférieure à 150 cm ?

Traduction : on a $\mu = 170$, $\sigma = 10$, et on considère $]a; b[=]-\infty; 150[$ (remarque : l'intervalle $]0; 150[$ serait même plus pertinent ici pour une variable qui ne peut prendre que des quantités positives, mais le calcul donne des valeurs quasiment identiques). Du coup à la calculatrice on trouve $2,2\%$:



```
normCdf(-∞, 150, 170, 10)      0.02275
```

2 Trouvez l'intervalle

On vous explique qu'une quantité Y suit une loi normale, on vous donne μ , σ , et on donne également la probabilité que X soit dans un intervalle $]a; b[$ (sans donner a , sans donner b , voire sans donner aucun des deux). On vous demande de retrouver a et/ou b .

2.1 Quand on connaît $p = P(Y \leq b)$

2.1.1 Avec la loi normale inverse

Il se trouve que la fonction $p(x) = P(Y \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$ est une fonction strictement croissante (car c'est l'aire sous la courbe de la fonction f , donc plus x est grand, plus l'aire est grande). Donc, il existe une réciproque à cette fonction. La fonction réciproque i qui, en fonction d'une probabilité $p = P(Y \leq x)$ permet de retrouver x s'appelle la fonction inverse normale. Donc, si on connaît $p = P(Y \leq x)$ et qu'on cherche x , on peut utiliser cette méthode.

On modélise la masse, en kg, des tables produites par un menuisier par une variable aléatoire continue Z qui suit la loi normale $\mathcal{N}(10; 2)$. On donne $P(Z \leq a) = 70\%$. Calculer a et interpréter ce résultat pour le menuisier.

À la calculatrice, on rentre `Surface = 0.7`, $\mu = 10$ et $\sigma = 2$, on trouve $a \approx 11$, ce qui veut dire que 70% des tables produites par ce menuisier pèsent moins de 11 kg.

```
invNorm(0.7, 10, 2)             11.0488
```

2.1.2 Avec solve

On n'est pas obligés d'utiliser la loi inverse normale : en fait, le problème se ramène à la chose suivante : on sait que `normCdf(-∞, b, 10, 2) = 0.7` et on cherche b . On peut donc taper directement :

```
solve(normCdf(-∞, b, 10, 2) = 0.7, b)
```

2.2 Quand on connaît $p = P(Y > a)$

2.2.1 Avec la loi normale inverse

La loi normale inverse (voir Section 2.1.1) ne nous permet pas directement de trouver a . Cela dit, on sait que P est une loi de probabilités, donc $P(Y \leq a) = 1 - P(Y > a) = 1 - p$. Et cette fois, la loi normale inverse résout notre problème.

Un certain type de choux a une masse Y distribuée normalement selon la loi de moyenne 1 kg et d'écart type 0,15 kg. Déterminer le nombre réel a tel que $P(Y \geq a) = 0,04$. Traduire par une phrase.

On commence par écrire $P(Y \leq a) = 1 - P(Y \geq a) = 0,96$. La loi normale inverse donne alors :

```
invNorm(0.96, 1, 0.15)          1.2626
```

Cela veut donc dire que 4% des choux ont une masse supérieure ou égale à 1,26 kg.

2.2.2 Avec solve

On n'est pas obligés d'utiliser la loi inverse normale : en fait, le problème se ramène à la chose suivante : on sait que $normCdf(a, +\infty, 1, 0.15) = 0.04$ et on cherche a . On peut donc taper directement :

```
solve(normCdf(a, infinity, 1, 0.15) = 0.04, a)          1.2626
```

3 Trouvez l'écart-type

On vous explique qu'une quantité Y suit une loi normale, on vous donne μ , et on donne également la probabilité que X soit dans un intervalle $[a; b]$ (où l'intervalle $[a; b]$ est centré en μ , ce que l'on va écrire $[a; b] = [\mu - x; \mu + x]$). On vous demande de retrouver σ .

3.0.1 Avec les 3 formules du cours

Si on vous dit que $P(\mu - x \leq Y \leq \mu + x) = 0,68$, alors $x \approx \sigma$.

Si on vous dit que $P(\mu - x \leq Y \leq \mu + x) = 0,95$, alors $x \approx 2\sigma$.

Si on vous dit que $P(\mu - x \leq Y \leq \mu + x) = 0,997$, alors $x \approx 3\sigma$.

(dans les autres valeurs de p on ne peut pas utiliser cette méthode)

Dans une grande cantine universitaire, on propose trois menus (poisson, viande, végétarien).

Le nombre de menus poisson choisis par jour suit une distribution normale de moyenne $\mu = 240$.

Pour 95% des jours, le nombre de menus poisson choisis est compris entre 200 et 280.

Calculer l'écart-type du nombre de menus poisson choisis par jour.

Ici on remarque que l'intervalle $[200; 280]$ correspond à $[240 - 40; 240 + 40]$ (un intervalle centré en $\mu = 240$, avec 40 de dépassement de chaque côté). On remarque de même que la probabilité correspond à 95%, c'est-à-dire à l'intervalle du cours $P(\mu - 2\sigma \leq Y \leq \mu + 2\sigma) \approx 0,95$.

Donc directement, on voit que $2\sigma \approx 40$, c'est-à-dire $\sigma \approx 20$.

3.0.2 Avec solve

On n'est pas obligés d'utiliser la formule du cours, si on ne la connaît plus : en fait, le problème se ramène à la chose suivante : on sait que $normCdf(200, 280, 240, x) = 0.95$ et on cherche x . On peut donc taper presque directement :

```
solve(normCdf(200, 280, 240, x) = 0.95, x)
```

En fait cela ne fonctionne pas directement car l'équation est trop difficile pour la calculatrice, il faut l'aider. Il faut lui donner quelques valeurs de x jusqu'à trouver une valeur de x qui "l'aide suffisamment" pour qu'elle arrive à trouver.

```
solve(normCdf(200, 280, 240, x) = 0.95, x = 10)
```

Ici, en l'aidant avec $x = 10$, cela fonctionne, la calculatrice nous trouve $\sigma \approx 20,4$.