Chapitre 8.
Compléments sur les intégrales

Yann Barsamian

École Européenne de Bruxelles 1

Année scolaire 2020–2021

- Rappels sur les exponentielles et les logarithmes
- Nouvelles formules

Dérivée

$f'(x) = a \times e^{ax+b}$.

Tableau de variations :

Si $a > 0$:

x	$-\infty$		$+\infty$
Sgn. $f'(x)$		$+$	
Var $f(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Si $a < 0$:

x	$-\infty$		$+\infty$
Sgn. $f'(x)$		$-$	
Var $f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0

I/ Rappels : $f(x) = \ln(ax+b)$

Ensemble de définition : il faut que $ax + b > 0$, ce qui donne :

Si $a > 0$: $x \in \left]-\frac{b}{a}; +\infty\right[$ Si $a < 0$: $x \in \left]-\infty; -\frac{b}{a}\right[$

Dérivée

$f'(x) = \dfrac{a}{ax+b}$.

Si $a > 0$:

x	$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
Sgn. $f'(x)$	‖	$+$	
Var $f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

Si $a < 0$:

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$
Sgn. $f'(x)$		$-$	‖
Var $f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ ‖

II/ Nouvelles formules de primitives

1) On sait que si $f(x) = \mathrm{e}^{ax+b}$, alors $f'(x) = a \times \mathrm{e}^{ax+b}$. Du coup :

- une primitive de $g(x) = a \times \mathrm{e}^{ax+b}$ est $G(x) = \mathrm{e}^{ax+b}$
- une primitive de $h(x) = \mathrm{e}^{ax+b}$ est $H(x) = \dfrac{1}{a}\mathrm{e}^{ax+b}$

2) On sait que si $f(x) = \ln(ax+b)$, alors $f'(x) = \dfrac{a}{ax+b}$.

Cette fois-ci pour que cela fonctionne "à l'envers", il faut que $ax + b > 0$! Du coup la formule qui fonctionne tout le temps (sauf quand $ax + b = 0$ bien sûr) est :

- une primitive de $g(x) = \dfrac{a}{ax+b}$ est $G(x) = \ln(|ax+b|)$
- une primitive de $h(x) = \dfrac{1}{ax+b}$ est $H(x) = \dfrac{1}{a}\ln(|ax+b|)$