Dans l'un des ateliers d'une usine chimique, la production journalière d'une certaine substance est comprise entre 0 et 90 kilogrammes.

Pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,90]$, on note $f(x)$ le coût de production, en euros, de x kilogrammes de cette substance. La fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,90]$.

Partie A

La courbe $\mathcal{C}$, représentative dans un repère orthogonal de la fonction coût de production f, est donnée en annexe.

1. Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :
   (a) Combien coûte à l'usine la production de 40 kg de la substance ? De 80 kg ?
   (b) Quelle est la production maximale pour laquelle le coût n'excède pas 340€ ?
2. Un kilogramme de la substance produite est vendu 9€. La fonction g, exprimant la recette en euros pour x kilogrammes vendus, est donc définie sur l'intervalle $[0\,;\,90]$ par $g(x) = 9x$.
   Toute la production est vendue et l'entreprise souhaite optimiser son bénéfice.
   (a) Tracer la représentation graphique de la fonction g sur l'annexe à rendre avec la copie.
   (b) Déterminer graphiquement les quantités minimale et maximale que l'atelier doit produire et vendre pour qu'il y ait un bénéfice positif.

Partie B

Dans la suite, on admet que la fonction coût de production journalier f est définie par :

$$f(x) = 0,075x^2 + 1,5x + 120 \text{ pour tout réel } x \text{ de l'intervalle } [0\ ;\ 90].$$

1. Montrer que le bénéfice $B(x)$ réalisé par l'atelier pour la production et la vente journalières de x kilogrammes est donné par :

$$B(x) = -0,075x^2 + 7,5x - 120 \text{ pour tout réel } x \text{ de l'intervalle } [0\ ;\ 90].$$

2. On note B' la dérivée de la fonction B. Calculer $B'(x)$.
3. Dresser le tableau de signes de B' sur l'intervalle $[0\,;\,90]$.
   En déduire le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0\,;\,90]$.
4. En déduire la quantité de substance que l'atelier doit produire et vendre pour réaliser un bénéfice maximal. Préciser le montant de ce bénéfice maximal.

Annexe à compléter