Exercice 1

4 points	Résoudre le système suivant : $\left\{\begin{array}{l} 4a-2b=38 \\ 8a+3b=83 \end{array}\right.$

- On a trois méthodes qu'on a vu en cours : graphiquement, par substitution, ou par combinaisons linéaires. La méthode graphique n'étant pas exacte, je donne comme exemple les deux autres (il ne fallait pas faire plusieurs méthodes bien sûr, je vous les donne pour vérifier).
- On résout par substitution :

1. On isole l'une des deux variables dans l'une des lignes (ici b dans la première équation, car on peut tout diviser par 2 pour isoler y facilement) :

$$\left\{\begin{array}{l} 4a-2b=38 \\ 8a+3b=83 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 2a-b=19 \\ 8a+3b=83 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \boxed{2a-19=b} \\ 8a+3b=83 \end{array}\right.$$

2. On remplace cette variable dans l'autre équation et on résout :

$$\left\{\begin{array}{l} 2a-19=b \\ 8a+3\times(2a-19)=83 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 2a-19=b \\ 8a+6a-57=83 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 2a-19=b \\ 14a-57=83 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 2a-19=b \\ 14a=140 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 2a-19=b \\ \boxed{a=10} \end{array}\right.$$

3. On remplace cette valeur dans la première équation :

$$\left\{\begin{array}{l} 2\times 10-19=b \\ a=10 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 20-19=b \\ a=10 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \boxed{1=b} \\ a=10 \end{array}\right.$$

4. On vérifie, puis on conclut : $\boxed{a=10 \text{ et } b=1}$.

- On résout par combinaisons linéaires :

1. On s'arrange pour mettre dans chaque ligne autant de fois l'une des deux variables (ici a) :

$$\left\{\begin{array}{ll} (L1) & 4a-2b=38 \\ (L2) & 8a+3b=83 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{ll} (2\cdot L1) & 8a-4b=76 \\ (L2) & 8a+3b=83 \end{array}\right.$$

2. On soustrait une ligne à l'autre pour faire disparaître cette variable, puis on résout :

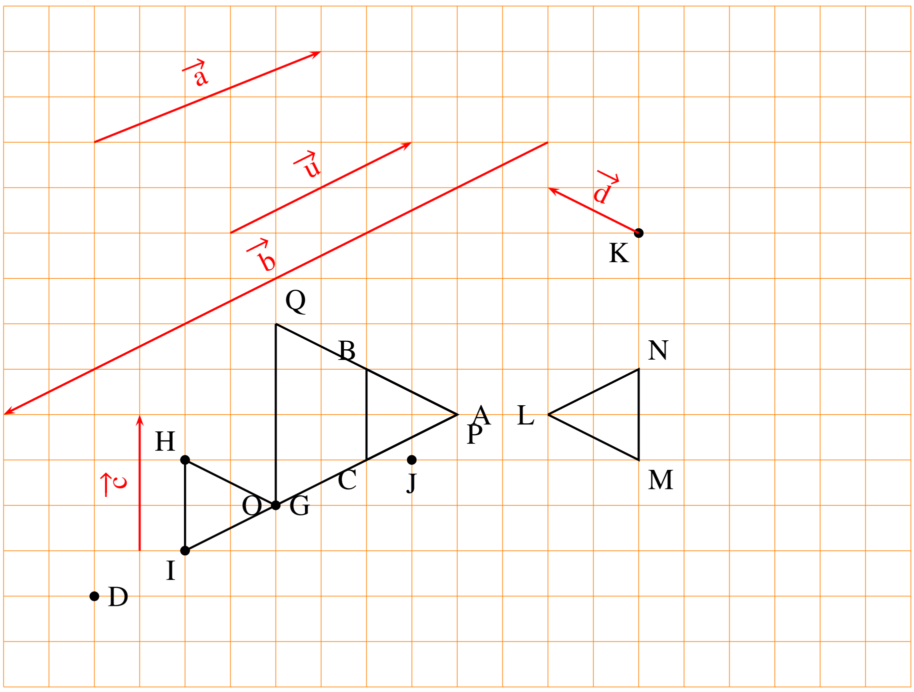
$$\left\{\begin{array}{ll} (L2-L1) & 7b=7 \\ (L2) & 8a+3b=83 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{ll} (L1) & b=1 \\ (L2) & 8a+3b=83 \end{array}\right.$$

3. Enfin on remplace dans l'autre équation :

$$\left\{\begin{array}{ll} (L1) & b=1 \\ (L2) & 8a+3\times 1=83 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} b=1 \\ 8a+3=83 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} b=1 \\ 8a=80 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} b=1 \\ a=10 \end{array}\right.$$

4. On vérifie, puis on conclut : $\boxed{a=10 \text{ et } b=1}$.

Exercice 2

	Sur le dessin suivant, on a représenté différents points.
	
2 points	1. Construire ABC, l'image du triangle GHI par la translation de vecteur $\overrightarrow{u}$.
2 points	2. Construire LMN, l'image du triangle GHI par la symétrie de centre J.
2 points	3. Construire un vecteur $\overrightarrow{a}$ égal à $\overrightarrow{DI}+\overrightarrow{GJ}$.
2 points	4. Construire un vecteur $\overrightarrow{b}$ égal à $-3\overrightarrow{u}$.
2 points	5. Construire un vecteur $\overrightarrow{c}$ égal à $\dfrac{3}{2}\overrightarrow{IH}$.
2 points	6. Construire $\overrightarrow{d}$, le représentant du vecteur $\overrightarrow{GH}$ d'origine K.
2 points	7. Construire OPQ, l'image du triangle GHI par l'homothétie de centre D et de rapport 2.
	BONUS — Quels sont les rapports d'homothétie qui multiplient les aires par 3 ?

BONUS — Les homothéties de rapport k multiplient les vecteurs par k, donc multiplient les longueurs par $|k|$. Ce sont donc des agrandissements de rapport $|k|$. Les aires sont alors multipliées par un facteur k^2, et on veut donc $k^2 = 3$, c'est-à-dire $\boxed{k = \sqrt{3} \text{ ou } k = -\sqrt{3}}$.

Exercice 3

Les trois photographies de cet exercice ont été prises dans la cuisine de monsieur Barsamian. Elles montrent le même bol, ainsi que des clémentines et des pommes. Toutes les pommes ont la même masse, et toutes les clémentines ont la même masse. Lors de la première manipulation (ci-contre), on effectue la tare avec le bol vide. Puis, sans changer les réglages de la balance, on pèse 5 des fruits de la cuisine, puis 7 des fruits de la cuisine, comme indiqué sur les photographies ci-dessous (dans la situation de droite, il y a une pomme au fond du bol, cachée par les 6 autres fruits).

5 points — Déterminer la masse de chacune des pommes et la masse de chacune des clémentines.

BONUS — On enlève tout de la balance, on y remet les 7 fruits de la photo de droite, on effectue la tare, puis sans changer les réglages on enlève de nouveau tout pour y remettre les 5 fruits de la photo de gauche. Qu'affiche la balance ?

BONUS — Vu les spécifications de la balance, combien de fruits au maximum peut-on peser en une fois ?

Ici, on va résoudre le problème en commençant par le mettre en équations, puis en résolvant.

1. Choix des inconnues : on note p la masse d'une pomme et c la masse d'une clémentine.
2. La photo de gauche donne l'équation $\boxed{3p + 2c = 494}$.

   La photo de droite donne l'équation $\boxed{4p + 3c = 694}$.
3. On résout par combinaisons linéaires (par exemple).
4. On s'arrange pour mettre dans chaque ligne autant de fois l'une des deux variables (ici c) :

$$\left\{\begin{array}{ll} (L1) & 3p + 2c = 494 \\ (L2) & 4p + 3c = 694 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{ll} (3 \cdot L1) & 9p + 6c = 1482 \\ (2 \cdot L2) & 8p + 6c = 1388 \end{array}\right.$$

5. On soustrait une ligne à l'autre pour faire disparaître cette variable, puis on résout (ici, rien à faire, cela donne directement p). On peut alors remplacer dans l'autre équation :

$$\left\{\begin{array}{ll} (L1 - L2) & p = 94 \\ (L2) & 8p + 6c = 1388 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{ll} (L1) & p = 94 \\ (L2) & 8 \times 94 + 6c = 1388 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} p = 94 \\ 752 + 6c = 1388 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} p = 94 \\ 6c = 636 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} p = 94 \\ c = 106 \end{array}\right.$$

6. On vérifie, puis on conclut : $\boxed{p = 94 \text{ et } c = 106}$.

BONUS — Si on met les 7 fruits sur la balance vide et qu'on fait la tare, alors l'affichage de la masse va être la valeur réelle de la masse moins 694 g. Du coup, si on remet par la suite les 5 fruits de masse 494 g, la balance va afficher $\boxed{-200 \text{ g}}$.

BONUS — On peut lire (sur la grande photo) que la masse maximale est de 5 000 g. On peut mettre le plus de fruits si on met les moins lourds (les pommes). En supposant qu'on peut les faire tenir sans aide, on pourra donc mettre au plus $\frac{5000}{94} \approx 53,19$ c'est-à-dire $\boxed{53 \text{ fruits}}$. En pratique, il faudrait sûrement les mettre dans un petit contenant pour ne pas qu'elles tombent, et il faudrait prendre en compte la masse de ce contenant…

Exercice 4

	Dans cet exercice, toutes les lettres correspondent à des points. On ne demande pas de faire de figure. Écrire aussi simplement que possible (avec le moins de termes possibles) les calculs vectoriels suivants :
1 point	1. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.
2 points	2. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BC}$.
2 points	3. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}$.
2 points	4. $3\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{CB}$.

1. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\boxed{\overrightarrow{AC}}$.
2. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}=\boxed{2\overrightarrow{AC}}$.
3. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}=\boxed{2\overrightarrow{AB}}$.
4. $3\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{CB}=3(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB})-2\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{CB}=3\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{CB}-2\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{CB}=\boxed{\overrightarrow{AC}+6\overrightarrow{CB}}$.