Exercice 1

	J'ai devant moi un dodécaèdre (un dé à 12 faces) bien équilibré. 3 faces sont rouges, 2 faces sont blanches, et le reste sont bleues. Je lance le dé.
1 point	1. Quelles sont les issues ?
2 points	2. Représenter une loi de probabilité pour cette expérience.

1. Il y a 3 issues pour cette expérience : obtenir une face rouge, une face blanche, ou une face bleue.
2. Comme le dé est équilibré, je suis dans une situation d'équiprobabilité, donc $P(\text{rouge}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$, $P(\text{blanche}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$, et $P(\text{bleue}) = \frac{7}{12}$. On peut consigner les résultats dans un tableau, comme on a vu en cours :

Issue	Rouge	Blanche	Bleue
Probabilité	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{12}$

Exercice 2

	On considère une urne opaque contenant différentes boules indiscernables au toucher : • 3 boules blanches numérotées de 1 à 3 • 5 boules noires numérotées de 2 à 6 Une expérience aléatoire consiste à tirer au hasard une boule de l'urne.
2 points	1. On considère l'événement A = "obtenir une boule blanche". Que vaut $P(A)$?
2 points	2. On considère l'événement B = "obtenir une boule avec un numéro impair". Que vaut $P(B)$?
1 point	3. Décrire par une phrase l'événement $\overline{B}$. Que vaut $P(\overline{B})$?

1. Les boules sont indiscernables au toucher, donc nous sommes dans une situation d'équiprobabilité. On peut faire un diagramme de Venn pour dessiner les 8 issues possibles, mais on n'est pas obligés.

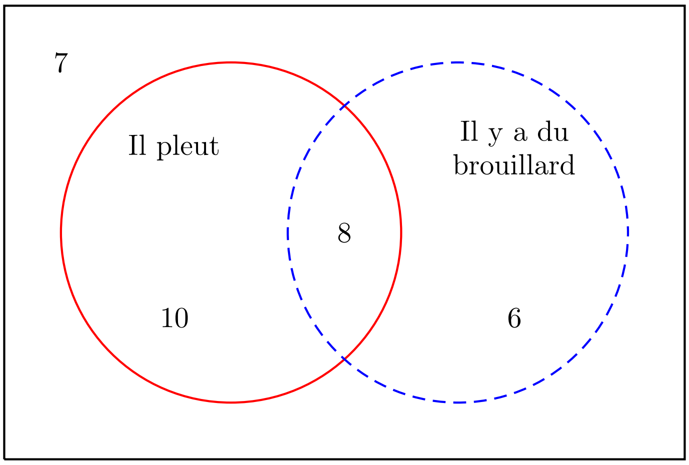
   Ici pour l'événement A = "obtenir une boule blanche", on a 3 cas favorables sur 8 au total. $P(A) = \boxed{\frac{3}{8}}$.
2. On a 4 boules qui ont un numéro impair : la boule blanche n°1, la boule blanche n°3, la boule noire n°3 et la boule noire n°5. Donc $P(B) = \boxed{\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0,5}$.
3. L'événement $\overline{B}$ est l'événement contraire de l'événement B, c'est $\boxed{\text{"obtenir une boule avec un numéro } \underline{\text{pair}}\text{"}}$.

   On peut calculer $P(\overline{B})$ avec la formule $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,5 = \boxed{0,5}$ ou dénombrer le nombre de cas favorables comme habituellement : il y a 4 boules avec un numéro <u>pair</u> : la boule blanche n°2, la boule noire n°2, la boule noire n°4 et la boule noire n°6 donc $P(\overline{B}) = \boxed{\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0,5}$.

Exercice 3

	Il y a 31 jours en décembre. Je prévois que cette année sur ce mois 18 jours auront de la pluie, 14 jours auront du brouillard, et 7 jours n'auront ni pluie ni brouillard.
2 points	1. Représenter la situation à l'aide d'un diagramme de Venn.
	On choisit un jour au hasard de décembre 2021. Selon mes prévisions...
1 point	2. ... quelle est la probabilité qu'il y ait de la pluie ?
1 point	3. ... quelle est la probabilité qu'il y ait brouillard sans pluie ?
1 point	4. ... quelle est la probabilité qu'il y ait pluie et brouillard ?

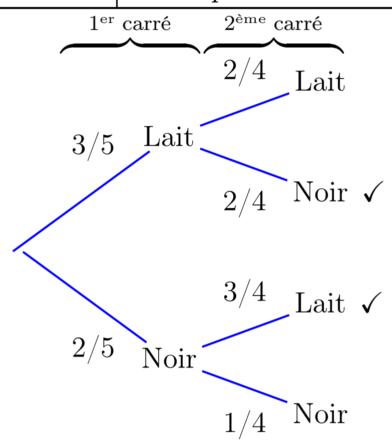
1. Pour ce diagramme de Venn, on va avoir deux patates : une pour les jours pluvieux, une pour les jours avec brouillard. Si on additionne $18 + 14 + 7$ on a 39, donc 8 jours de trop (qui correspondent donc aux jours qu'on a compté deux fois : ceux qui sont à la fois avec pluie et brouillard).
   L'autre technique pour dénombrer les jours est de dire que sur les 31 jours, les jours avec pluie et/ou brouillard sont au nombre de 31 - 7 = 24. Du coup parmi ces jours s'il y a 18 jours avec pluie, ça laisse 6 jours sans pluie (donc, brouillard sans pluie). On complète alors facilement le reste.



2. La probabilité qu'il y ait de la pluie est de $\boxed{\dfrac{18}{31}}$.
3. La probabilité qu'il y ait brouillard sans pluie est de $\boxed{\dfrac{6}{31}}$.
4. La probabilité qu'il y ait pluie et brouillard est de $\boxed{\dfrac{8}{31}}$.

Exercice 4

4 points	Dans ma boîte à collation j'ai trois carrés de chocolat au lait et deux carrés de chocolat noir (et pas d'autres carrés de chocolat). Les carrés sont tous indiscernables au toucher. Je tire au hasard un carré de chocolat, je le mange, puis je tire un second au hasard et je le mange. Quelle est la probabilité d'avoir mangé un carré de chocolat de chaque goût ?



On peut représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-contre.

On a marqué sur l'arbre les branches qui correspondent à l'événement cherché (deux chocolats de goûts différents). Du coup, la probabilité de cet événement est :

$\dfrac{3}{5} \times \dfrac{2}{4} + \dfrac{2}{5} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{6}{20} + \dfrac{6}{20} = \dfrac{12}{20} = \boxed{\dfrac{3}{5}}$.

Exercice 5

2 points	Je lance deux tétraèdres (dés à 4 faces) numérotés de 2 à 5 bien équilibrés. Combien y a-t-il d'issues ? BONUS — Quelle est la probabilité que la somme des résultats des dés fasse 7 ?

Chaque dé a 4 faces. Si on a un moyen de distinguer les 2 dés (par exemple, s'ils ont chacun un trait distinctif comme la couleur, la taille...) alors on a 16 issues différentes : le premier dé donne "2" et le second donne "3" sera noté $(2;3)$, les 16 issues, équiprobables, sont les couples d'entiers entre 2 et 5 :

$$(2;2), (2;3), (2;4), (2;5), (3;2), (3;3), (3;4), (3;5), \ldots$$

Ici, pas de moyen de distinguer les deux dés, alors par ex. $\{2;3\}$ de $\{3;2\}$ sont traités comme une seule issue, ainsi on n'a plus que $\boxed{\text{10 issues}}$ différentes (mais cette fois, les 10 issues ne sont pas équiprobables !)

BONUS — On peut écrire un tableau à double entrée répertoriant toutes les sommes différentes. Ensuite, on a mis en rouge les issues qui correspondent à l'événement :

Dé 2 / Dé 1	2	3	4	5
2	4	5	6	7
3	5	6	7	8
4	6	7	8	9
5	7	8	9	10

On voit dans le tableau qu'on a 4 issues favorables sur 16 issues en tout, d'où une probabilité de $\dfrac{4}{16} = \boxed{\dfrac{1}{4}}$.