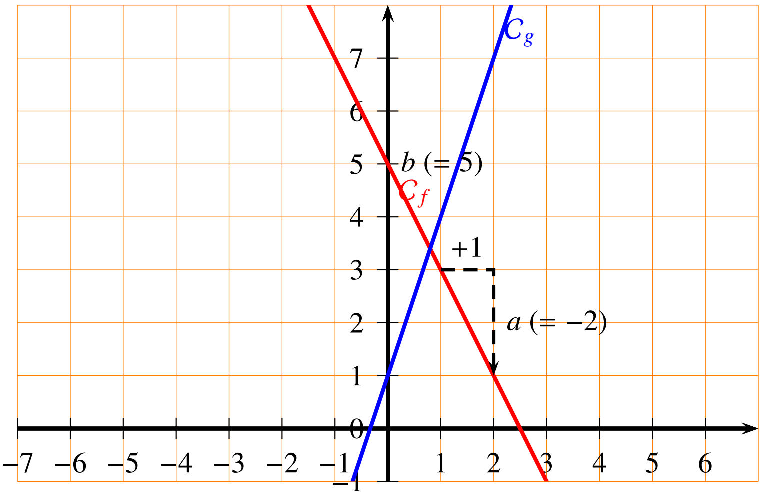
Ex. 1

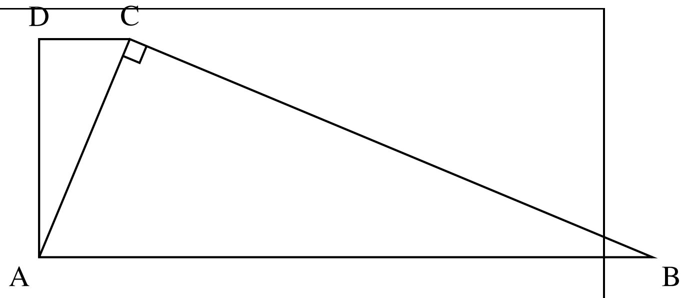
2 points	1. Donner l'expression $f(x)$ de la fonction f dont la courbe est représentée dans le graphique.
2 points	2. Dessiner le graphique de la fonction g dont l'expression est $g(x) = 3x+1$ dans le même graphique.
1 point	3. Donner l'expression d'une fonction h différente de la fonction g pour laquelle $C_h \,/\!/\, C_g$.
1 point	4. Donner l'expression d'une fonction i pour laquelle $C_i \perp C_g$.



1. On lit sur le graphique (voir traits de constructions) que la pente est de -2 et l'ordonnée à l'origine 5 donc l'expression est $\boxed{f(x) = -2x+5}$.
2. La fonction g est affine. Deux valeurs vont suffire pour tracer la fonction, et on va relier. Lorsque $x = 0$, on calcule $g(0) = 3\times 0+1 = 1$ d'où le point $(0;1)$. Lorsque $x = 2$, on calcule $g(2) = 3\times 2+1 = 7$ d'où le point $(2;7)$.
3. Deux droites sont parallèles quand elles ont le même coefficient directeur. Il suffit de prendre n'importe quelle droite de coefficient directeur -2. Par exemple $\boxed{h(x) = 3x}$.
4. Deux droites d'équations $y = ax+b$ et $y = cx+d$ sont perpendiculaires quand $c = -\frac{1}{a}$. Il suffit de prendre n'importe quelle droite de coefficient directeur $-\frac{1}{3}$. Par exemple $\boxed{i(x) = -\frac{1}{3}x+3}$.

Ex. 2

Dans la figure suivante, on a codé un angle droit, et on donne également les valeurs AC = 13, AD = 12 et DC = 5. De plus, on indique que (AB) // (CD).



Pour les trois premières questions, on admettra que l'angle $\widehat{\text{ADC}}$ est un angle droit.

1 point	1. Démontrer que l'angle $\widehat{\text{BAD}}$ est également un angle droit.
2 points	2. Quelle est la valeur exacte de l'angle $\widehat{\text{DAC}}$?
2 points	3. On admet que $\widehat{\text{BAC}} \approx 67°$. En déduire une valeur approchée de AB.
	BONUS Démontrer le résultat admis en début d'énoncé, c'est-à-dire : démontrer que $\widehat{\text{ADC}} = 90°$.

1. L'énoncé nous indique que (AB) // (CD). Les droites (AB) et (CD) coupent donc la droite (AD) avec des angles égaux, donc $\widehat{\text{BAD}}$ est également un angle droit.
2. Dans le triangle DAC rectangle en D, on peut par exemple calculer le cosinus de l'angle $\widehat{\text{DAC}}$: $\cos\left(\widehat{\text{DAC}}\right) = \dfrac{\text{AD}}{\text{AC}} = \dfrac{12}{13}$. Ainsi, $\boxed{\widehat{\text{DAC}} = \arccos\left(\frac{12}{13}\right)}$.
3. Dans le triangle ABC rectangle en C, [AB] est l'hypoténuse. On connaît le côté [AC] qui est le côté adjacent à l'angle $\widehat{\text{BAC}}$, donc on peut écrire que $\cos\left(\widehat{\text{BAC}}\right) = \dfrac{\text{AC}}{\text{AB}}$. L'énoncé nous dit que $\widehat{\text{BAC}} \approx 67°$, donc :

$$\begin{aligned} \cos\left(\widehat{\text{BAC}}\right) &= \frac{\text{AC}}{\text{AB}} && \text{On remplace par les valeurs (approchée pour l'angle)} \\ \cos(67°) &\approx \frac{13}{\text{AB}} && \times\text{AB} \\ \cos(67°)\times\text{AB} &\approx 13 && \div\cos(67°) \\ \text{AB} &\approx \frac{13}{\cos(67°)} \approx \boxed{33{,}3} \end{aligned}$$

BONUS Dans ADC, le côté [AC] est le plus grand, on calcule $\begin{cases} \text{AC}^2 = 13^2 = 169 \\ \text{AD}^2+\text{DC}^2 = 12^2+5^2 = 144+25 = 169 \end{cases}$

Il y a donc égalité $\text{AC}^2 = \text{AD}^2+\text{DC}^2$, et nous pouvons donc conclure, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, que le triangle ADC est rectangle en D. Donc l'angle $\widehat{\text{ADC}}$ est un angle droit.

Ex. 3 Le 24 août 2001, le vol Air Transat 236 devait amener un Airbus A330 de Toronto à Lisbonne. Malheureusement, l'avion s'est retrouvé en panne de kérosène au-dessus de l'océan Atlantique avec 306 personnes à bord. À 33 000 pieds d'altitude, les deux réacteurs de l'avion s'éteignent et l'avion effectue alors un vol plané : pour chaque 1 000 pieds perdus en altitude, l'avion avance de 5 km horizontalement.

Pour les calculs, on fera l'approximation que 3 pieds équivalent à 1 m.

3 points — 1. Tracer un graphique représentant en abscisses l'avancée horizontale de l'avion (en km) et en ordonnées son altitude (en km) à partir de sa panne, si on considère qu'il reste en vol plané.

2 points — 2. Expliquer pourquoi on peut modéliser la fonction qu'on vient de tracer par l'expression

$$f(x) = -\frac{1}{15}x + 11.$$

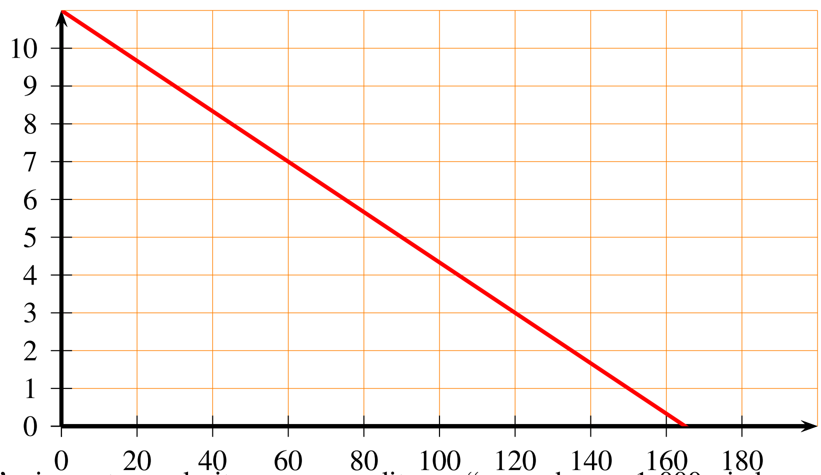
2 points — 3. Depuis la panne, quelle distance au sol maximale l'avion peut-il parcourir en restant en vol plané ?

2 points — 4. L'aéroport de l'île des Açores se trouve à 90 miles horizontalement depuis l'endroit de la panne. Expliquer pourquoi il a été possible pour l'avion d'atteindre cet aéroport (on fera l'approximation que 1 mile équivaut à $1,6$ km).

BONUS On suppose que l'avion a suivi une trajectoire rectiligne depuis sa panne jusqu'à l'aéroport. Déterminer l'expression de la fonction g qui correspond.

Note : l'avion s'est posé aux Açores au bout d'environ 20 minutes. Les 293 passagers et les 13 membres d'équipage ont été sauvés. L'avion n'a pas subi de dégâts à l'exception de 10 pneus crevés. Voir par exemple la vidéo "La Décision des Pilotes de l'Avion qui a Perdu ses Deux Moteurs au Dessus de l'Océan" : `https://www.youtube.com/watch?v=-mG7iUZV-iM`

1. Pour l'échelle : l'énoncé ne dit pas jusqu'où tracer la chute de l'avion, mais la chute libre va durer jusqu'à ce qu'il touche terre (ou mer). En lisant tout l'énoncé (une bonne idée généralement), on voit que la fonction à tracer est $f(x) = -\frac{1}{15}x + 11$, du coup l'avion est à altitude 0 lorsque $-\frac{1}{15}x + 11 = 0$, c'est-à-dire $11 = \frac{1}{15}x$ c'est-à-dire $165 = x$. On va donc tracer jusqu'à 200 km, et prendre par exemple 1 cm pour 20 km. Les valeurs de y vont de 0 à 11, on peut prendre 1 cm pour 1 km sur l'axe des y (ainsi le graphique fait une dizaine de cms dans chaque direction et sera bien lisible ; sur le dessin j'ai réduit l'échelle en y pour avoir plus de place).



2. La trajectoire de l'avion est une droite : on nous dit que "pour chaque 1 000 pieds perdus en altitude, l'avion avance de 5 km horizontalement" ce qui correspond à une pente de $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-\frac{1\,000}{3}}{5\,000} = -\frac{1\,000}{3 \times 5\,000} = -\frac{1}{15}$.
   L'avion démarre à 33 000 pieds = 11 000 m ou 11 km, donc $b = 11$.
   On a bien retrouvé l'expression $f(x) = -\frac{1}{15}x + 11$.
3. On a déjà résolu cela dans la question 1, quand on s'est demandés jusqu'où tracer : on a trouvé que l'avion peut parcourir au maximum $\boxed{165 \text{ km}}$.
4. Si 1 mile = 1,6 km, alors 90 miles = 144 km, ce qui est bien plus petite que les 165 km calculés à la question précédente, donc l'avion pourra bien atterrir.

BONUS La courbe démarre toujours de $(0; 11)$ et finit en $(144; 0)$. On calcule la pente $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 11}{144 - 0} = -\frac{11}{144}$.

L'expression est donc $\boxed{g(x) = -\frac{11}{144}x + 11}$.