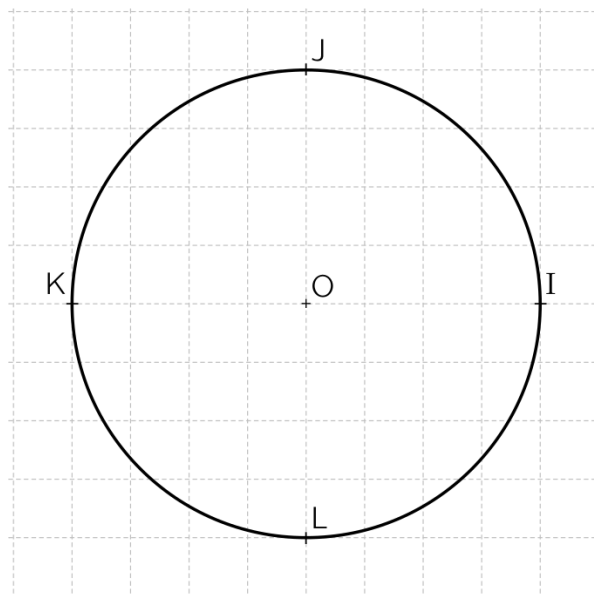


Exercice 1 — Approcher le périmètre d'un cercle

(Source : Mickaël Védrine)

On attribue au scientifique grec Archimède le calcul d'une des premières valeurs approchées de π . Pour l'obtenir, il aurait encadré un cercle entre deux séries de polygones, intérieurs et extérieurs au cercle. Dans cet exercice, nous allons étudier les premiers stades de cette méthode. L'objectif est d'approcher la valeur du périmètre du cercle de rayon 4 et de centre O tracé ci-contre, sans utiliser la formule. On peut aussi effectuer ces constructions avec GeoGebra.



1. En traçant les tangentes aux points I, J, K et L, inscrire le cercle dans un carré ABCD, où A est le point situé en haut à droite et B le point en haut à gauche.
2. Calculer le périmètre \mathcal{P}_1 du carré, qui constitue une première valeur approchée du périmètre du cercle.

Pour obtenir une meilleure valeur approchée, nous allons « découper les coins » du carré pour obtenir un octogone.

3. Tracer la diagonale [AC] du carré ABCD et construire le point E, l'intersection de cette diagonale avec le cercle qui appartient au segment [OA].
4. Tracer la tangente au cercle au point E. Elle coupe [AD] en un point F et [AB] en un point G.
5. Nous allons maintenant déterminer la longueur AE, que l'on note x .
 - (a) Quelle est la nature du triangle AOI? Justifier.
 - (b) Utiliser le théorème de Pythagore pour déterminer longueur AO.
 - (c) En déduire la valeur exacte de x .
6. Nous allons maintenant déterminer les longueurs EF et FI, que l'on note respectivement y et z .
 - (a) Quelle est la nature du triangle AEF? Justifier.
 - (b) En déduire la valeur de y .
 - (c) Montrer que $\sqrt{96 - 16\sqrt{32}} = 8 - \sqrt{32}$, puis en déduire la valeur de AF.
 - (d) En déduire la valeur de z .
7. Effectuer des constructions similaires aux autres points d'intersection du cercle avec les diagonales du carré.
8. Déduire des question précédentes la valeur exacte du périmètre \mathcal{P}_2 de l'octogone ainsi construit, puis une valeur approchée à 10^{-4} . On a ainsi obtenu une nouvelle valeur approchée du périmètre du cercle.
9. Comparer les valeurs approchées trouvées avec la valeur exacte du périmètre du cercle.

Exercice 2 — Carré plié

(Source : Yvan Monka)

On prend un carré de côté 15 cm. On le plie. Quel est le périmètre de la figure jaune ainsi formée ?



Exercice 3 — Calculs de périmètre

(Source : Mickaël Védrine)

La figure ci-dessous est constituée d'arcs de cercle et de segments. Calculer son périmètre en unités du quadrillage, en donnant d'abord la valeur exacte, puis une valeur approchée à 3 décimales.

