Exercice 1

Pour chaque fonction ci-dessous, déterminer si c'est une fonction polynôme de degré 2.

1. $f(x) = x^2 + 2x - \sqrt{2}$
2. $g(x) = x^2 + \dfrac{1}{x} - 1$
3. $h(x) = 2x + 1$

Exercice 2

Pour chaque fonction ci-dessous, développer et réduire, puis indiquer les fonctions polynômes de degré 2, en précisant ses coefficients (a, b et c).

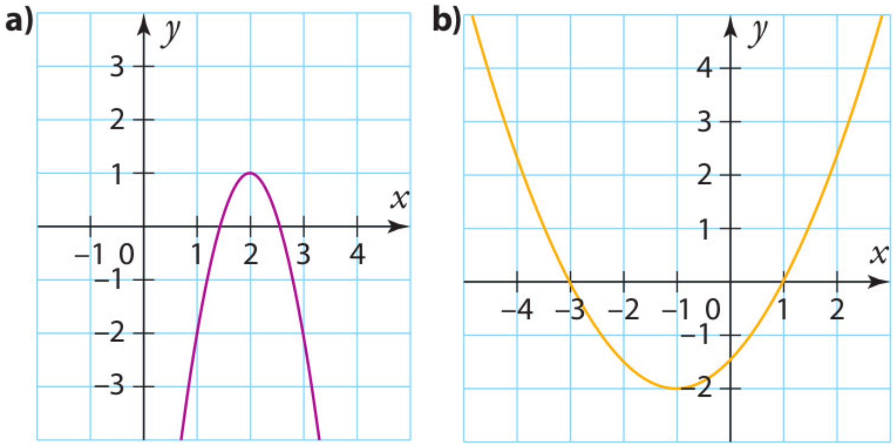
1. $f(x) = 2(x+1)^2$
2. $g(x) = (x+1)(x-1)$
3. $h(x) = (x+1) - (x-1)^2$
4. $i(x) = 2(x+2)^2 - 3(x+1)$
5. $j(x) = (x+1)^3 - x^3$
6. $k(x) = x^2 + \dfrac{1}{x} \times (x^2 + x)$

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 4x + 5$. Compléter l'égalité suivante avec des réels : $x^2 + 4x + \ldots = (x + \ldots)^2$, et en déduire la forme canonique de f.

Exercice 4

Pour chaque fonction représentée ci-dessous, déterminer les coordonnées du sommet, l'axe de symétrie et le signe de a.



Exercice 5

Dire pour chaque fonction si elle admet un minimum ou un maximum et en quelle valeur il est atteint (sans Geogebra, puis contrôler avec l'outil Extremum de Geogebra).

1. $f(x) = 3x^2 + 4$
2. $g(x) = -2(x-4)^2 + 8$
3. $h(x) = -2x^2 + 8x - 1$
4. $i(x) = 7(x+1)^2 - 25$

Exercice 6 — Geogebra, outils Min et Max sur un intervalle

Une personne s'est pesée toutes les semaines pendant un an en 2018. Sa courbe de poids peut être modélisée par une fonction polynôme de degré 2 dont l'expression est $f(x) = 0,008x^2 - 0,4x + 75$ où x correspond au temps en semaines à partir du premier janvier 2018. $x \in [0; 52]$.

1. Quel était son poids maximal sur l'année ? Quand a-t-il été atteint ?
2. Quel était son poids minimal sur l'année ? Quand a-t-il été atteint ?

Exercice 7

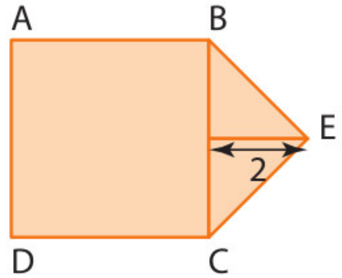
On considère le programme ci-contre :

1. Quelle est la valeur de x à la fin du programme ?
2. Comment modifier la première ligne pour que la valeur de x à la fin du programme soit $1,5$?

```
x = 2
x = x - 1
x = x * x
x = 2 * x + 1
```

Exercice 8

Soit ABCD un carré de côté x cm et BEC un triangle isocèle en E de hauteur 2 cm. On note $\mathcal{A}(x)$ l'aire du polygône ABECD en cm^2.



1. Quelles valeurs peut prendre x ?
2. Déterminer l'expression de $\mathcal{A}(x)$ en fonction de x.
3. Quelle est la valeur de $\mathcal{A}(x)$ si $x = 5$?
4. Pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on $\mathcal{A}(x) = 24,75$?

Exercice 9

Un groupe d'amis décide de partir en vacances, et de louer une grande maison. Le coût de la location de la maison pour une semaine est 2 400 €. Juste avant le départ, deux personnes annulent à la dernière minute. Chaque personne doit alors payer 40 € de plus que prévu. Combien de personnes étaient prévues initialement ?

Exercice 10

Pour chaque trinôme ci-dessous, calculer le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$.

a) $x^2 + 4x + 5$

b) $2x^2 - x - 6$

c) $-2x^2 - 4x - 7$

d) $-x^2 + 2x + 3$

Exercice 11

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $3x^2 - 9x - 12 = 0$

b) $2x^2 + 5x + 7 = 0$

c) $2x^2 - 2x + \dfrac{1}{2} = 0$

Exercice 12

Déterminer toutes les solutions réelles des équations suivantes :

a) $3x^2 - 5x = -25$

b) $4x^2 - 2x - 7 = 4$

Exercice 13

Soit f la fonction définie par $f(x) = 2x^3 - 8x - 10$. À l'aide de Geogebra, déterminer les deux racines de f. En déduire la forme factorisée de f.

Exercice 14

Une urne contient une boule rouge et n boules blanches. On tire successivement, et avec remise, deux boules dans l'urne.

1. Représenter l'expérience aléatoire à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Exprimer en fonction de n la probabilité des événements :
   (a) M : « Les deux boules sont de la même couleur. »
   (b) N : « Les deux boules sont de couleur différente. »
3. On sait que $p(\mathrm{M}) = 5,05 \times p(\mathrm{N})$. Déterminer la valeur de n.

Exercice 15

Un artisan fabrique des boîtes à bijoux en bois. Il peut en fabriquer jusqu'à 150 par mois. On suppose que toute la production est vendue, et chaque boîte est vendue 50 €. Le coût de fabrication en euros de x boîtes est donné par la fonction $f(x) = 0,23x^2 + 4x + 300$.

1. Quel est le coût de fabrication de 20 boîtes ?
2. On note $R(x)$ la recette, en euros, engendrée par la vente de x boîtes. Exprimer $R(x)$ en fonction de x.
3. Montrer que le bénéfice, en euros, engendrée par la vente de x boîtes est donné par la fonction B définie sur $[0; 150]$ par $B(x) = -0,23x^2 + 46x - 300$.
4. Quel est le bénéfice réalisé pour la vente de 20 boîtes ?
5. Étudier les variations de B sur $[0; 150]$.
6. En déduire le bénéfice maximal de l'artisan. Pour combien de boîtes est-il obtenu ?
7. Déterminer, lorsque c'est possible, le nombre de boîtes à produire et vendre pour obtenir un bénéfice de :

   a) 1 425 € b) 3 000 €

8. Combien de boîtes l'artisan doit-il fabriquer et vendre pour être rentable ?

Exercice 16

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x - 27$.

1. Déterminer la forme canonique de f, en utilisant les identités remarquables.
2. Déterminer la forme factorisée de f, en utilisant Geogebra.
3. En utilisant la forme adaptée, résoudre (puis vérifier avec Geogebra) :
   (a) $f(x) = 0$
   (b) $f(x) = -27$
   (c) $f(x) = -36$
4. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x^2 - \dfrac{3}{2}x - \dfrac{1}{2}$. Résoudre $f(x) < g(x)$.

Exercices d'annales

Exercice 17

Voici plusieurs expressions mathématiques :

$P = 2x^2 + 3x - 4$; $Q = x^2 + 4x + 4$; $R = x + \sqrt{x}$; $S = x^2 + 3x$; $T = x^3 + x^2 + 1$

1. Parmi ces expressions, indiquer celles qui sont des polynômes, puis donner le degré de chaque polynôme.
2. Évaluer P en $x = 0$, puis T en $x = -1$.
3. (a) Réduire et ordonner le polynôme $U = P - S$.
   (b) Factoriser le polynôme U.
4. Factoriser les polynômes S et Q.
5. Développer, réduire et ordonner $S \cdot Q$.

Exercice 18

1. Développer les polynômes $A = (2x + 3)^2$ et $B = (x + 5)^3$.
2. Construire les six premières lignes du triangle de Pascal, en commençant par la ligne constituée d'un unique 1.
3. Développer le polynôme $C = (x + 1)^5$.

Exercice 19

1. Soit le polynôme
   $P(x) = 2x^4 - 4x^2 - 6 + 2x^3 + 6x^2 - 3x^4$
   (a) Réduis et ordonne ce polynôme selon les puissances décroissantes en x.
   (b) Calcule $P(-2)$.
2. Soient les polynômes $P(x) = x^4 - 4x^3 - 6$ et $Q(x) = x - 3$. Calcule :
   (a) $P(x) - Q(x)$ (b) $P(x) \cdot Q(x)$
3. Soient a et b deux réels positifs. Effectue en appliquant les produits remarquables.
   (a) $(3a - 2)^3$ (b) $\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)^2$

Exercice 20

1. Dans le triangle de Pascal représenté ci-dessous, **entoure la ligne du triangle** dont tu as besoin pour le développement du binôme $(x + 1)^5$.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1									
1	1	1								
2	1	2	1							
3	1	3	3	1						
4	1	4	6	4	1					
5	1	5	10	10	5	1				
6	1	6	15	20	15	6	1			
7	1	7	21	35	35	21	7	1		
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1	
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1

2. Détermine le développement de $(x+1)^5$ grâce à la ligne adéquate du triangle de Pascal.

Exercice 21

1. Soit la fonction définie par $f(x) = x^2 - 5x + 6$
   (a) Quelle est l'équation de l'axe de symétrie de la courbe représentative de la fonction f ?
   (b) Résoudre, en présentant vos calculs, $f(x) = 0$
2. Soit la fonction définie par $\mathrm{g}(x) = (x + 1) \cdot (x + 3)$
   (a) Donner la forme développée réduite et ordonnée de la fonction.
   (b) Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole de la fonction g ?
   (c) Existe-t-il des points d'intersection entre la courbe représentative de la fonction g et l'axe des abscisses ? Si oui donner leurs coordonnées.

Exercice 22

On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = 4x^2 - 7x + 11$ et $g(x) = -7x + 23$.
Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes représentatives des fonctions f et g.