Chapitre 5.
(Dé)croissance exponentielle

Yann Barsamian

École Européenne de Bruxelles 1

Année scolaire 2021–2022

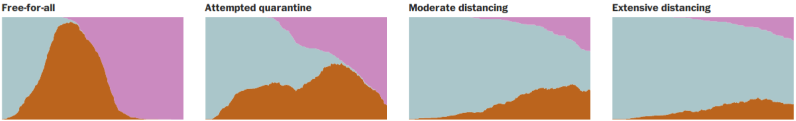
Plan du chapitre

- Exemples de croissance et décroissance exponentielle
- Études “avec algorithme” (à l’aide d’Algobox)
- Études “à la main” (à l’aide d’un graphique ou de Geogebra)

Introduction : COVID-19, une croissance exponentielle

https://www.lemonde.fr/les-decodeurs/article/2020/06/26/qu-est-ce-que-le-r0-le-taux-de-reproduction-du-virus_6044327_4355770.html

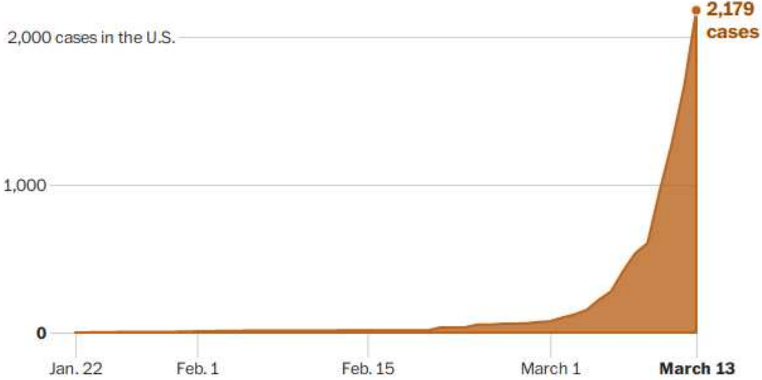
https://www.washingtonpost.com/graphics/2020/world/corona-simulator/



Introduction : COVID-19, une croissance exponentielle

https://www.lemonde.fr/les-decodeurs/article/2020/06/26/qu-est-ce-que-le-r0-le-taux-de-reproduction-du-virus_6044327_4355770.html

https://www.washingtonpost.com/graphics/2020/world/corona-simulator/



Soit $b > 0, b \neq 1$. Alors la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto b^x$ est la fonction exponentielle de base b.

Croissance exponentielle

Si $b > 1$, on parle de croissance exponentielle.

Exemple : placement d'argent à un taux $t > 0$.

Décroissance exponentielle

Si $0 < b < 1$, on parle de décroissance exponentielle.

Exemple : datation au carbone 14.

Remarque : si $b = 1$, la fonction $x \mapsto 1^x$ est... la fonction constante égale à 1 !

Remarque : si $b < 0$, on ne peut pas définir sur $\mathbb{R}$ la fonction $x \mapsto b^x$.

Propriétés

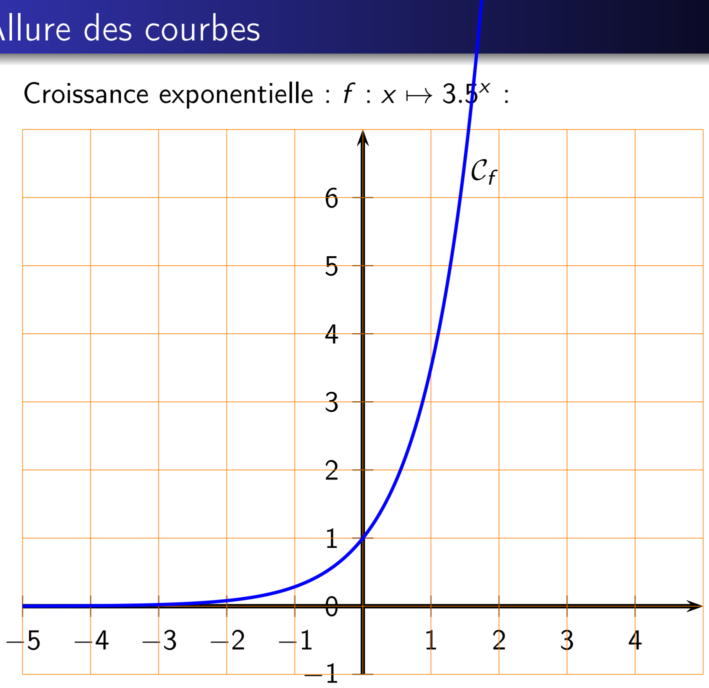
Les propriétés sur les exposants qui ont été vues lors du chapitre 1 sont toujours valables :

- $b^x \times b^y = b^{x+y}$
- $b^{-x} = \dfrac{1}{b^x}$
- $\dfrac{b^x}{b^y} = b^{x-y}$
- $(b^x)^y = b^{x \times y}$

Remarque : on utilisera parfois dans ce chapitre “à tort” la fonction exponentielle de base b pour des phénomènes discrets ; vous verrez l’an prochain qu’en fait il s’agit plutôt de l’étude de suites géométriques.

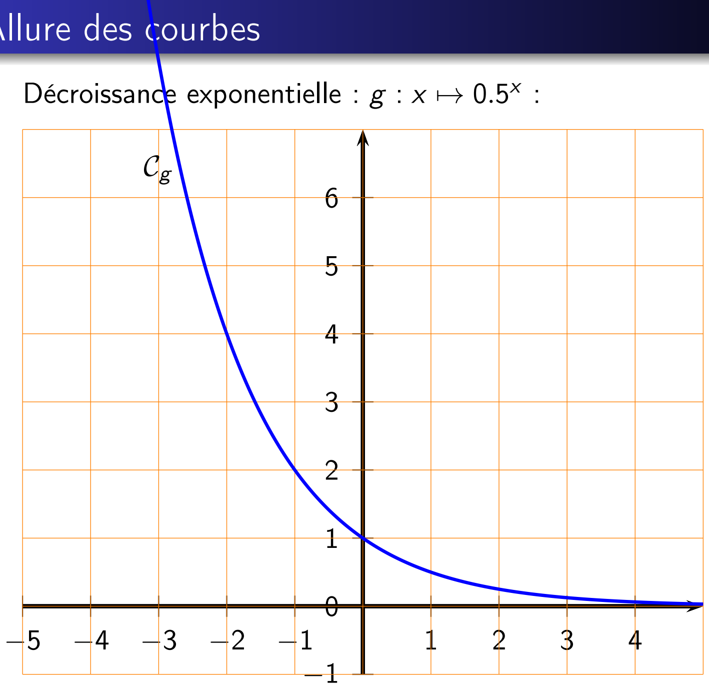
Remarque : pour tout $b \in \mathbb{R}$, $b^0 = 1$, donc la courbe d’une fonction exponentielle passe toujours par le point $(0, 1)$.

Croissance exponentielle : $f : x \mapsto 3.5^x$:



Allure des courbes

Décroissance exponentielle : $g : x \mapsto 0.5^x$:



Résolution de $b^x = c$

On se rappelle comment on a appris à résoudre $x^2 = 19$ en écrivant $x = \pm\sqrt{19}$: c'est parce que $x \mapsto \sqrt{x}$ est la réciproque de $x \mapsto x^2$ (sur les positifs, d'où une seconde valeur).

Afin de pouvoir résoudre des équations de type $b^x = c$, on pourrait utiliser de même la fonction qui serait la réciproque de la fonction $x \mapsto b^x$. Il s'agit des fonctions logarithmes.

Mais ... on ne va pas étudier cette méthode en classe. À la place, on va tout faire graphiquement, ou bien à l'aide d'un algorithme ou de Geogebra.

II/ Utilisation d'un algorithme (Algobox)

Rappels :

http://www.barsamian.am/2021-2022/S5P4/Algorithmique.pd
f

III/ Utilisation de Geogebra