Test n°6 du vendredi 06/05/2022 (Geogebra ou calculatrice : ✓) Correction

Exercice 1 **9 points**

Une librairie organise un sondage sur la lecture, en interrogeant 500 clients.
La première question concerne le nombre de livres lus par an parmi les 500 clients :

- 55 % déclarent lire au moins 12 livres par an ;
- 40 % déclarent lire de 5 à 11 livres par an ;
- les autres lisent au plus 4 livres par an.

La deuxième question concerne ce qui guide le choix des lectures des personnes interrogées :

- 220 clients déclarent être influencés dans leur choix par les médias (presse, radio, télévision. . .) ;
- les autres clients déclarent ne pas être influencés par les médias.

3 points 1. Compléter le tableau suivant (qui comporte des données supplémentaires)

Nombre de livres lus / Choix	Au plus 4	De 5 à 11	Au moins 12	Total
influencé par les médias	16	109	95	220
non influencé par les médias	9	91	180	280
Total	25	200	275	500

2. Dans cette question, les résultats seront donnés à 0,01 près. Donner la probabilité. . .

2 points (a) qu'une personne tirée au hasard lise au moins 12 livres par an et ne soit pas influencée par les médias.

2 points (b) qu'une personne au hasard parmi celles influencées par les médias lise au plus 4 livres par an.

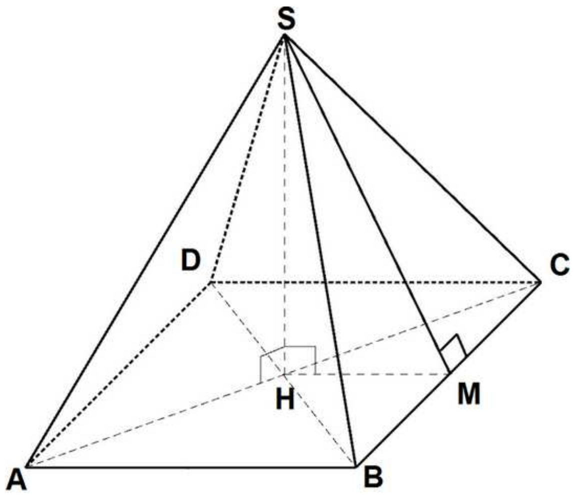
2 points 3. Si on tire au hasard une de ces personnes, est-ce que le fait d'être influencé par les médias est indépendant du fait de lire au plus 4 livres par an ?

1. Mise en mathématiques de l'énoncé.
   - 55 % correspond à 275 personnes : total(au moins 12 livres) = 275.
   - 40 % correspond à 200 personnes : total(entre 5 et 11 livres) = 200.
   - les autres correspond donc à 500-275-200 = 25 : total(au plus 4 livres) = 25.

   - total(influencé par les médias) = 220.
   - les autres correspond à 500-220 = 280 : total(non influencé par les médias) = 280.
2. Calculs de probabilités (attention, arrondi à 0,01 demandé par l'énoncé) :
   (a) on demande P((au moins 12 livres) $\cap$ (non influencé par les médias)). Il s'agit donc de l'effectif des personnes correspondant divisé par l'effectif total : $\dfrac{180}{500} = \boxed{0,36}$.
   (b) on demande $P_{\text{influencé par les médias}}$(au plus 4 livres). Il s'agit donc de l'effectif des personnes dans l'intersection divisé par l'effectif de ceux influencés par les médias : $\dfrac{16}{220} \approx \boxed{0,07}$.
3. Dans la question 2)b), on a calculé $P_{\text{influencé par les médias}}$(au plus 4 livres). On peut calculer P(au plus 4 livres) et comparer : cette probabilité vaut $\dfrac{25}{500} = 0,05$. Ce n'est pas la même chose, donc $\boxed{\text{non}}$, le fait d'être influencé par les médias n'est pas indépendant du fait de lire au plus 4 livres par an.

Exercice 2 **7 points**

La pyramide du Louvre est une pyramide régulière à base carrée. La base fait 35,45 m de côté et sa hauteur fait 21,64 m. On considère une abstraction de cette pyramide SABCD ci-contre.



Dans les questions suivantes, arrondir les aires au centième de mètre carré et arrondir les distances au mètre.

2 points 1. Calculer l'aire de la base de la pyramide.

2 points 2. H est le projeté orthogonal de S sur le plan de ABCD, donc H est le centre du carré ABCD. Calculer SM.

3 points 3. En déduire l'aire de la surface latérale de cette pyramide.

BONUS — On veut tracer, le long des faces de la pyramide, un carré, dans un plan parallèle au plan de ABCD (chaque côté du carré est donc sur l'une des faces de la pyramide ; par exemple l'un des côtés sera sur la face SBC, parallèle à (BC)). On veut que ce carré ait un périmètre de 100 m. À quelle hauteur doit-on le tracer ?

1. La base de la pyramide est carrée, donc l'aire vaut, en mètres carrés :
   $\mathcal{A}(\text{ABCD}) = 35,45^2 \approx \boxed{1\ 256,70}$.
2. L'énoncé nous dit que la hauteur de la pyramide vaut $\text{SH} = 21,64$ m, et comme H est le centre du carré ABCD, on calcule $\text{HM} = \dfrac{35,45\text{ m}}{2} = 17,725$ m.

   On a maintenant suffisamment de données pour appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle SHM rectangle en H :

   $\text{SM}^2 = \text{SH}^2 + \text{HM}^2 = 21,64^2 + 17,725^2 = 782,465225$

   D'où, en mètres, $\text{SM} = \sqrt{782,465225} \approx \boxed{28}$.
3. Les faces latérales de cette pyramide sont des triangles tous similaires car la pyramide est régulière. On calcule donc par exemple l'aire de SBC, en mètres carrés :

   $$\mathcal{A}(\text{SBC}) = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{\text{BC} \times \text{SM}}{2} = \frac{35,45 \times \sqrt{782,465225}}{2} \approx 495,81.$$

   L'aire latérale vaut donc 4 fois cette aire (4 triangle identiques), c'est-à-dire $\boxed{1983,26\text{ m}^2}$.

BONUS Tout d'abord, la construction géométrique décrite est dans le fichier Geogebra suivant :
`http://www.barsamian.am/2021-2022/S5P4/DS6_Pyramide_Louvre.ggb`

Puisque le carré a un périmètre de 100 m, son côté vaut 25 m. Prenons par exemple le côté de ce carré qui est sur la face SBC. Notons E et F les extrémités de ce côté sur les arêtes SB et SC ainsi que I l'intersection de (EF) avec (SM). On peut donc appliquer le théorème de Thalès dans le triangle SBC (dans lequel est emboîté le triangle SEF) : $\dfrac{\text{EF}}{\text{BC}} = \dfrac{\text{SI}}{\text{SM}}$.

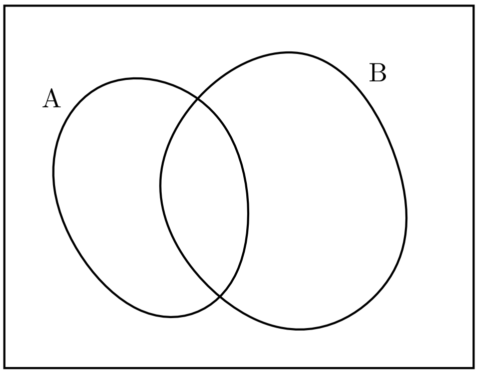
Si on appelle maintenant J l'intersection du plan dans lequel se trouve ce carré avec la hauteur (SH), on peut réappliquer le théorème de Thalès dans le triangle SHM, il vient que $\dfrac{\text{SJ}}{\text{SH}} = \dfrac{\text{SI}}{\text{SM}}$.

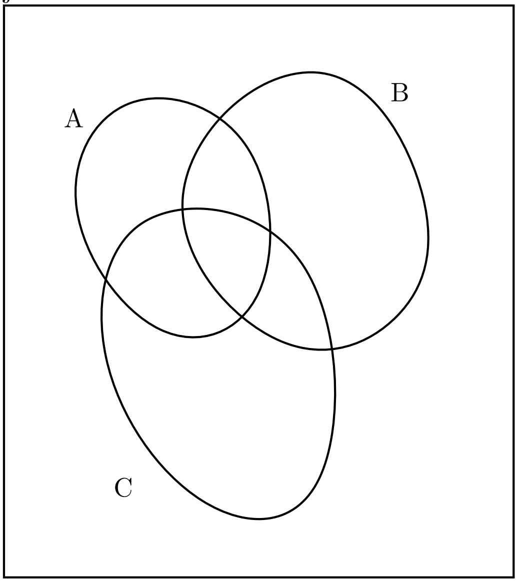
Du coup en mettant ces deux égalités ensemble, il vient que : $\dfrac{\text{EF}}{\text{BC}} = \dfrac{\text{SJ}}{\text{SH}}$.

On peut maintenant remplacer par les valeurs connues : $\dfrac{25}{35,45} = \dfrac{\text{SJ}}{21,64}$, d'où $\text{SJ} \approx 15,3$. Ainsi la hauteur de ce carré est $\text{HJ} = 21,64 - \text{SJ} \approx \boxed{6,4}$.

Exercice 3 **3 points**

Pour chacune des questions 1 à 3, on demande de recopier le diagramme de Venn de gauche, et de hachurer la partie qui correspond. Pour la question bonus, on peut hachurer la partie qui correspond directement sur le sujet.





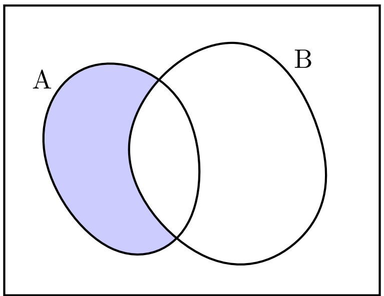
1 point — 1. Hachurer $\mathrm{A} \cap \overline{\mathrm{B}}$.

1 point — 2. Hachurer $\mathrm{A} \cup \overline{\mathrm{A}}$.

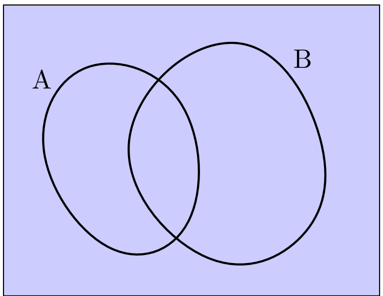
1 point — 3. Hachurer $\mathrm{A} \cup \overline{\mathrm{B}}$.

BONUS — Hachurer $\mathrm{A} \cup (\mathrm{B} \cap \mathrm{C})$.

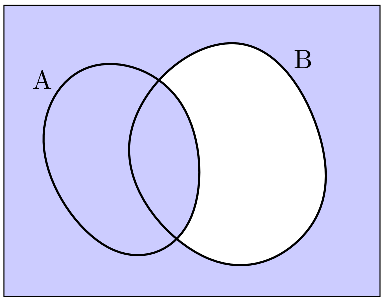
1. Hachurer $\mathrm{A} \cap \overline{\mathrm{B}}$.

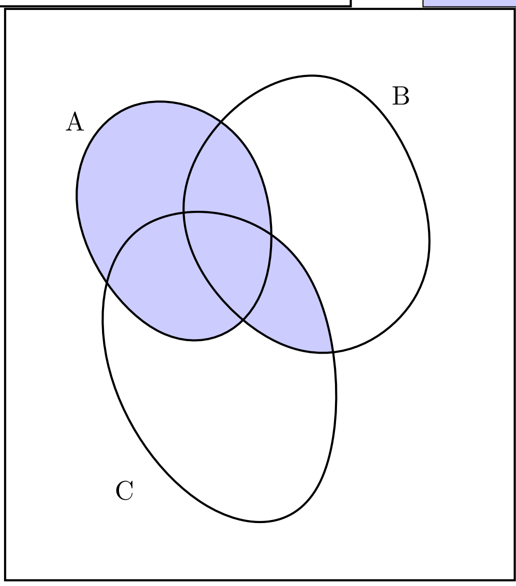


2. Hachurer $\mathrm{A} \cup \overline{\mathrm{A}}$.



3. Hachurer $\mathrm{A} \cup \overline{\mathrm{B}}$.





BONUS Hachurer $\mathrm{A} \cup (\mathrm{B} \cap \mathrm{C})$.