

Exercice corrigé

On a démarré ensemble hier la question suivante. Partant d'une population initiale de 500 bactéries, et faisant l'hypothèse que le nombre de bactéries double chaque jour, combien de temps faudra-t-il pour obtenir 64 000 bactéries ?

Puisque la population double chaque jour, alors on peut écrire :

Jour	0	1	2	3	...	n
Bactéries	500	1 000	2 000	4 000
Bactéries (formule)	$500 =$ 500×2^0	$500 \times 2 =$ 500×2^1	$500 \times 2 \times 2 =$ 500×2^2	$500 \times 2^2 \times 2 =$ 500×2^3	...	500×2^n

On a donc un modèle exponentiel (pour passer d'une valeur de n à la valeur d'après, on multiplie), de base 2 (car on multiplie à chaque fois par 2), donc on est amenés à résoudre :

$$500 \times 2^n = 64\,000$$

En divisant de chaque côté par 500, il vient $2^n = 128$. On doit donc trouver une valeur de n pour laquelle 2^n vaut 128. C'est $n = 7$ donc la population de bactéries atteint 64 000 individus au bout de 7 jours.

Exercice 1

Le jour $j = 0$, on introduit 500 bactéries dans une boîte de Pétri.

On suppose que le nombre de bactéries, après n jours, est égal à $500 \times 1,8^n$.



1. Quel est le pourcentage d'augmentation par jour du nombre de bactéries ?
2. Compléter le tableau suivant à l'aide de votre calculatrice.

n (jours)	0	1	2	3	4	5
Nombre de bactéries (arrondir à l'entier le plus proche)						

3. Quel sera le nombre de bactéries le 10^{ème} jour ? (Arrondir à l'entier le plus proche).
4. Au cours de quelle journée le nombre de bactéries aura-t-il été multiplié par 25 ?

Exercice 2

Supposons que l'on dispose d'une feuille de papier carrée de côté "infini" et supposons que l'on puisse la plier, en deux, autant de fois que l'on veut.

1. Si au départ la feuille a une épaisseur de 1 mm (10^{-3} m), après combien de pliages obtiendra-t-on une épaisseur qui dépassera 1 km ?
2. Dessiner un organigramme de programmation qui calcule l'épaisseur obtenue après 10 pliages (utiliser une boucle).

Exercice 3

Pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on :

- a) $16^x = 4$
- b) $27^x = 3$
- c) $2^{x-2} = 16$
- d) $5^{x+1} = 5^{2x-1}$