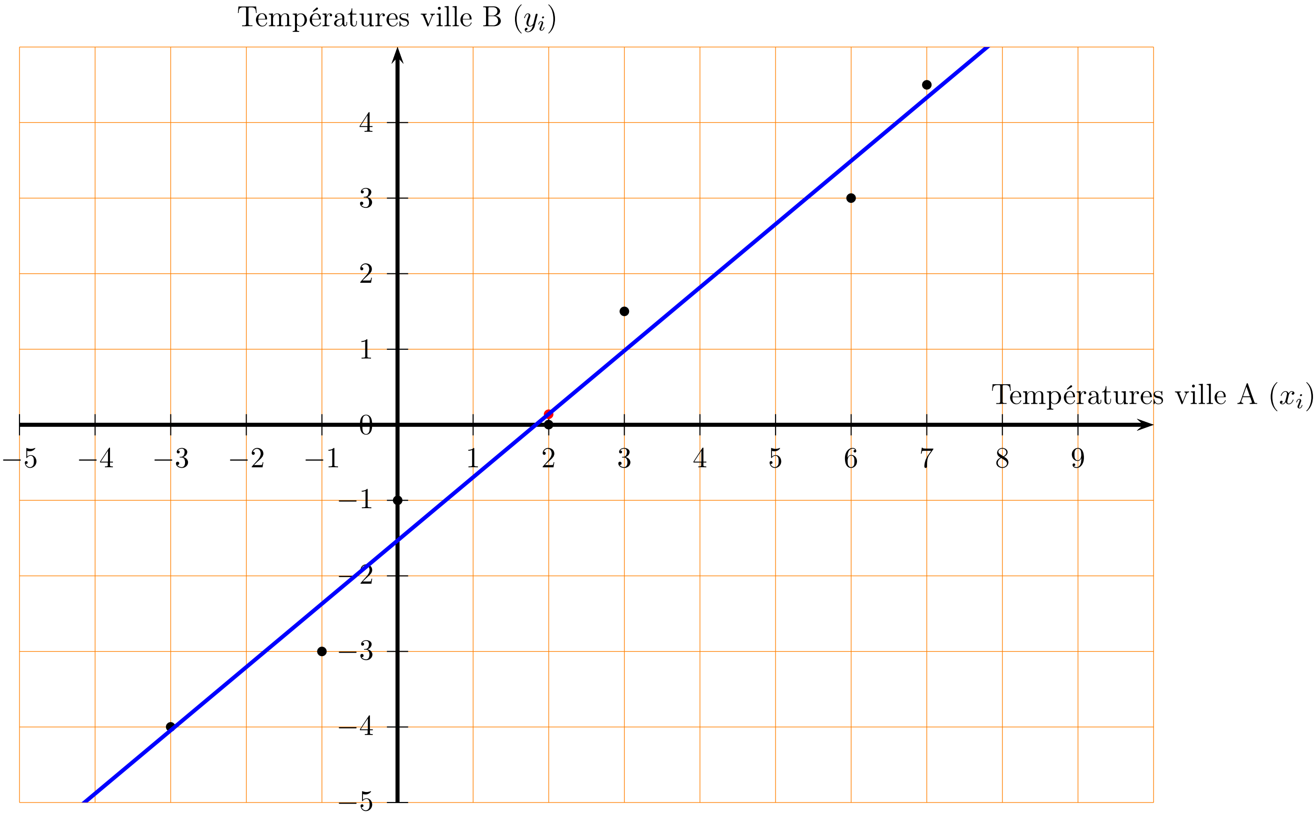
Exercice 20 p.236

`http://www.barsamian.am/2021-2022/S7P3/S7P3_Chap4_Sesamaths_Cours_et_exos.pdf`

1. Le nuage de points (en noir), le point G (en rouge) et la droite demandée se trouvent sur le graphique suivant.
   Pour l'échelle : les valeurs x_i vont de -3 à 6, on a pris 1 cm pour 1°C sur l'axe des x ; les valeurs y_i vont de -4 à $4,5$, on a pris 1 cm pour 1°C sur l'axe des y également (ainsi le graphique fait une dizaine de cms dans chaque direction et sera bien lisible).



2. Pour calculer les coordonnées du point moyen G, on calcule :

$$\left\{\begin{array}{l} x_{\mathrm{G}} = \overline{x} = \dfrac{7+2-1-3+0+3+6}{7} = 2 \\ y_{\mathrm{G}} = \overline{y} = \dfrac{4,5+0-3-4-1+1,5+3}{7} \approx 0,14 \end{array}\right. \Rightarrow \mathrm{G}(2;0,14)$$

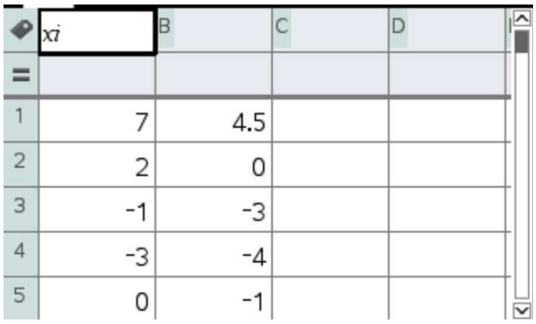
3. Les points du nuage ont l'air alignés, donc ils sont bien presque comme une droite (la fonction de référence associée est une fonction affine). On a tracé en bleu la droite "au jugé" qui passe au plus près des points.

À l'avenir, pour faire ce genre d'exercices, on pourra se servir de la calculatrice. Pour ce faire, tout est expliqué dans les points 1 à 4 (les points 5 à 7 ne sont pas au programme) de la vidéo de tutoriel :

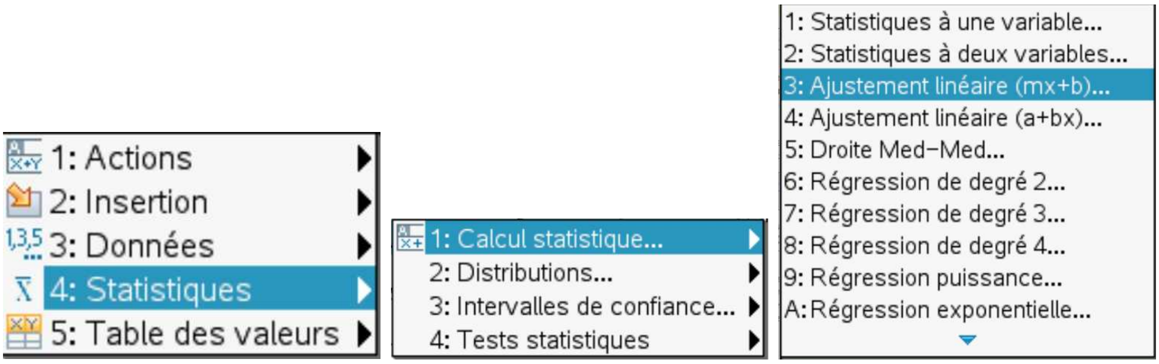
`https://www.youtube.com/watch?v=Nb2hmeoaMLo` (le lien se trouve sur la page de notre cours : `http://www.barsamian.am/2021-2022/S7P3/`, tout en haut dans le programme officiel ou bien dans les liens du chapitre 4).

Je vais détailler tous les points ici :

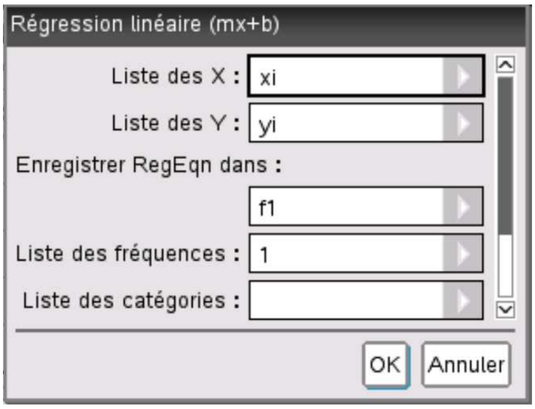
1. Ouvrir un nouveau classeur sur votre calculatrice. Rentrer une colonne pour les valeurs x_i (la colonne A), une colonne pour les valeurs y_i (la colonne B). Tout en haut, renommer la colonne A en `xi` et la colonne B en `yi` (ça sera plus facile pour ensuite utiliser les fonctionnalités futures).



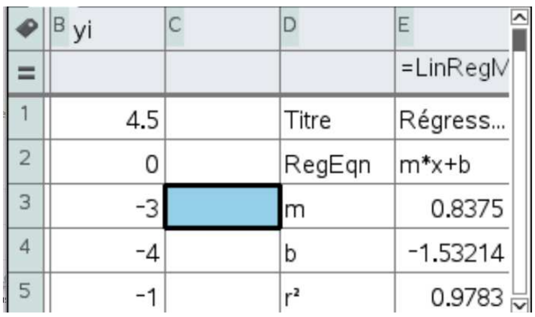
2. Se positionner sur la colonne C (pour avoir une colonne vide lors de la création des données statistiques), puis appuyer sur Menu, 4 : Statistiques, 1 : Calcul statistique. . ., 3 : Ajustement linéaire (mx+b). . .



3. Pour la liste des X, choisir `xi`, pour la liste des Y, choisir `yi`, et ne toucher à rien d'autre, puis appuyez sur `OK`.

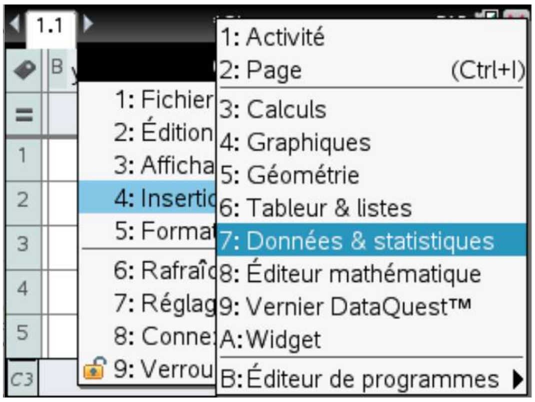


4. Vous n'avez plus qu'à lire toutes les données dont vous avez besoin.

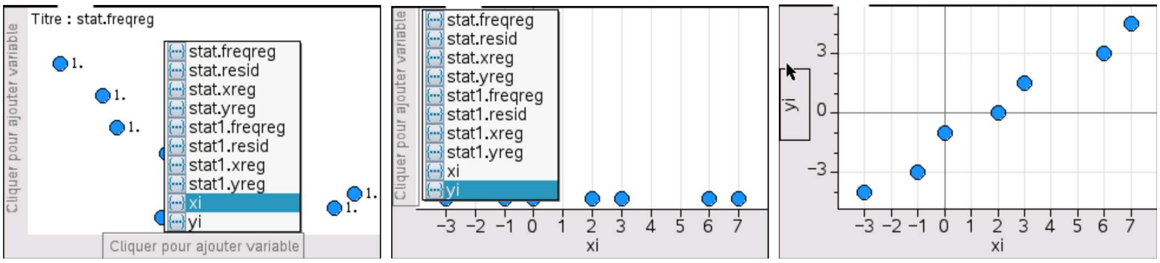


L'équation de la droite qui "passe au plus près des points" : $y = m \times x + b$ avec ici $m = 0,8375$ et $b = -1,53214$ soit $y = 0,8375x - 1,53214$.
Le coefficient de corrélation linéaire de Bravais–Pearson, noté r. On verra ça en cours vendredi : s'il est "grand" (proche de 1 ou proche de -1, typiquement si $|r| \geq 0,9$) on considère qu'il est raisonnable d'approcher le nuage de points par une droite. Ici $r \approx 0,99$ donc c'est justifié.

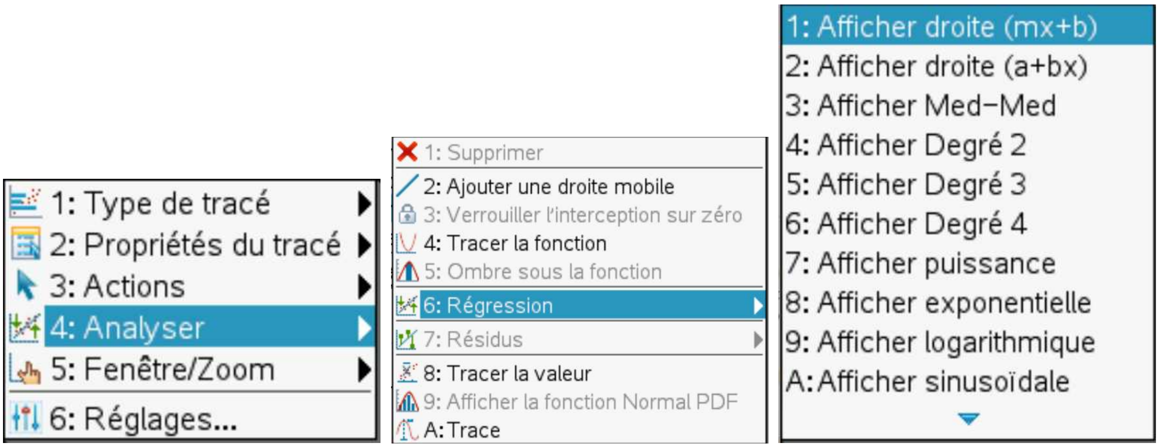
5. Enfin, cliquez sur Doc, 4 : Insertion, 7 : Données et statistiques pour faire afficher le nuage de points.

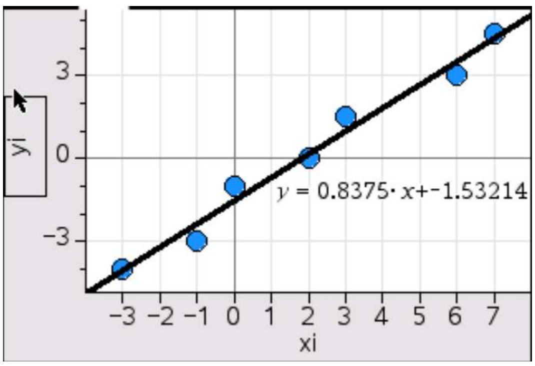


Naviguez au pointeur sur l'axe du bas pour ajouter la variable `xi` sur cet axe, puis naviguez au pointeur sur l'axe de gauche pour ajouter la variable `yi` sur cet axe.



6. On a directement l'équation de la droite de régression (mais on n'a pas r) en cliquant sur Menu, 4 : Analyser, 6 : Régression, 1 : Afficher droite (mx+b).

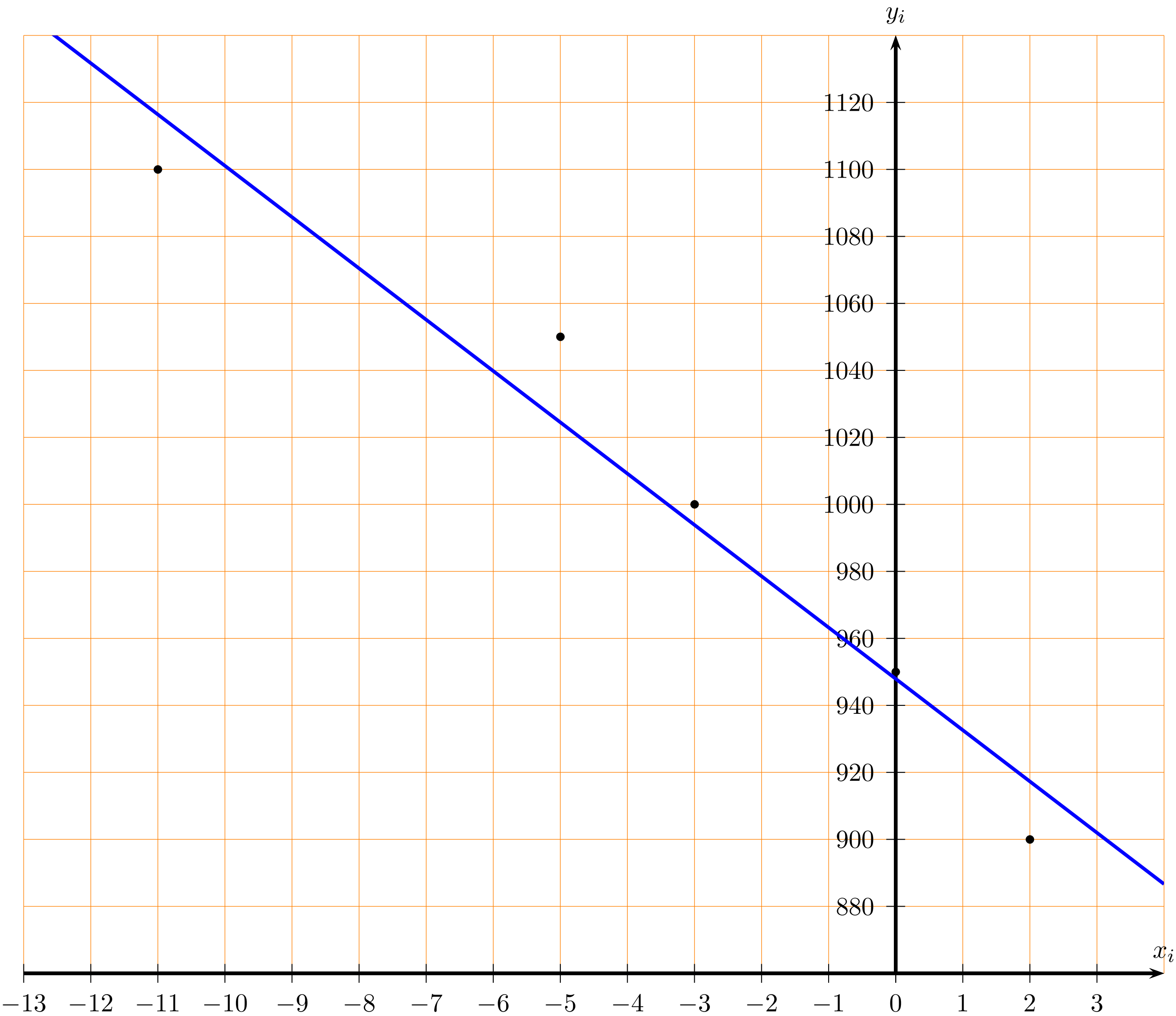




Exercice 23 p.237

1. Le nuage de points (en noir) et la droite demandée se trouvent sur le graphique suivant.

   Pour l'échelle : les valeurs x_i vont de -11 à 2, on a pris 1 cm pour 1 unité sur l'axe des x ; les valeurs y_i vont de 900 à 1100 (donc une étendue de 200), on a pris 1 cm pour 20 unités sur l'axe des y (ainsi le graphique fait une dizaine de cms dans chaque direction et sera bien lisible ; notons qu'on a pris un peu de marge dans chaque direction par rapport aux valeurs du tableau).

   Les points ont l'air alignés donc un ajustement affine a l'air d'être une bonne idée. Pour être sûr, on calcule $\boxed{r \approx -0,97}$ qui est très proche de -1 (on valide si $|r| \geq 0,9$), donc c'est parfaitement légitime.

2. La calculatrice donne comme équation, en arrondissant, $\boxed{y = -15,3162x + 947,925}$.

3. On a tracé la droite dans le repère. Pour cela, il suffit de prendre deux valeurs de x quelconques dans l'intervalle à tracer (ici, entre -11 et 2), calculer la valeur de y correspondante, placer le point. Puis, relier les deux points ainsi construits. Par exemple :

   je choisis $x = -10$, je calcule $y = -15,3162 \times (-10) + 947,925 \approx 1101$, je place $(-10; 1101)$

   je choisis $x = 0$, je calcule $y = -15,3162 \times 0 + 947,925 \approx 948$, je place $(0; 948)$

   je relie les deux points

Exercice 25 p.237

1. Pour calculer les coordonnées du point moyen G, on calcule :
$$\left\{\begin{array}{l} x_{\mathrm{G}} = \overline{x} = \dfrac{0+1+2+3+4+5}{6} = 2,5 \\ y_{\mathrm{G}} = \overline{y} = \dfrac{11,5+11,2+10,7+10+9,9+9,5}{6} = \dfrac{62,8}{6} = \dfrac{157}{15} \approx 10,47 \end{array}\right. \Rightarrow \mathrm{G}(2,5;10,47)$$
2. La calculatrice donne comme équation, en arrondissant à 4 décimales, $\boxed{y = -0,4171x + 11,5095}$ et $\boxed{r \approx -0,9858}$ (ce qui nous dit qu'un ajustement affine est extrêmement adapté, car r est très proche de -1 ; on valide si $|r| \geq 0,9$).
3. Pour savoir si la droite passe par G, il faut regarder si les coordonnées de G vérifient l'équation de la droite.

   Si je remplace x par x_{G}, j'obtiens $y = -0,4171 \times 2,5 + 11,5095 = 10,46675$. C'est quasiment la même valeur que y_{G}. On ne peut pas être certain que c'est bien la même chose, car ce sont des valeurs approchées. On peut retenir que la droite de régression linéaire que l'on calcule ainsi, la droite des moindres carrés, passe toujours par le point moyen. Donc en fait G est bien sur cette droite.

Exercice 30 p.238

1. (a) Le prix des baskets correspond à x_i. On lit 110 € sur l'axe des abscisses, on remonte sur l'ajustement et on regarde à quelle ordonnée cela correspond : on lit qu'environ $\boxed{\text{210 personnes}}$ seraient prêtes à acheter des baskets à 110 € (c'est une <u>interpolation</u> car 110 € se situe au milieu des valeurs du nuage).

   (b) De même, on lit qu'environ $\boxed{\text{310 personnes}}$ seraient prêtes à acheter des baskets à 70 € (c'est une <u>extrapolation</u> car 70 € se situe en dehors des valeurs du nuage).
2. Ici c'est l'inverse, on cherche le prix pour lequel le nombre de personnes prêtes à acheter des baskets devient égal à 0. On lit 0 sur l'axe des ordonnées, on se décale sur l'ajustement et on regarde à quelle abscisse cela correspond : on lit que cela correspond environ à un prix de $\boxed{\text{195 €}}$.

Exercice 32 p.238

1. Le coefficient r est très proche de -1, donc la droite est un bon ajustement du nuage (on valide si $|r| \geq 0,9$).
2. (a) 2019 correspond à un rang de $x_i = 7$. L'extrapolation est justifiée par le fait que nous ne sommes pas loin des valeurs du nuage (juste 1 an après). On remplace donc x par 7 dans l'équation de la droite, on obtient $y = -0,54 \times 7 + 6,95 = 3,17$. On peut estimer qu'environ $\boxed{3{,}17\%}$ des malades ont contracté une maladie nosocomiale dans cet hôpital en 2019.

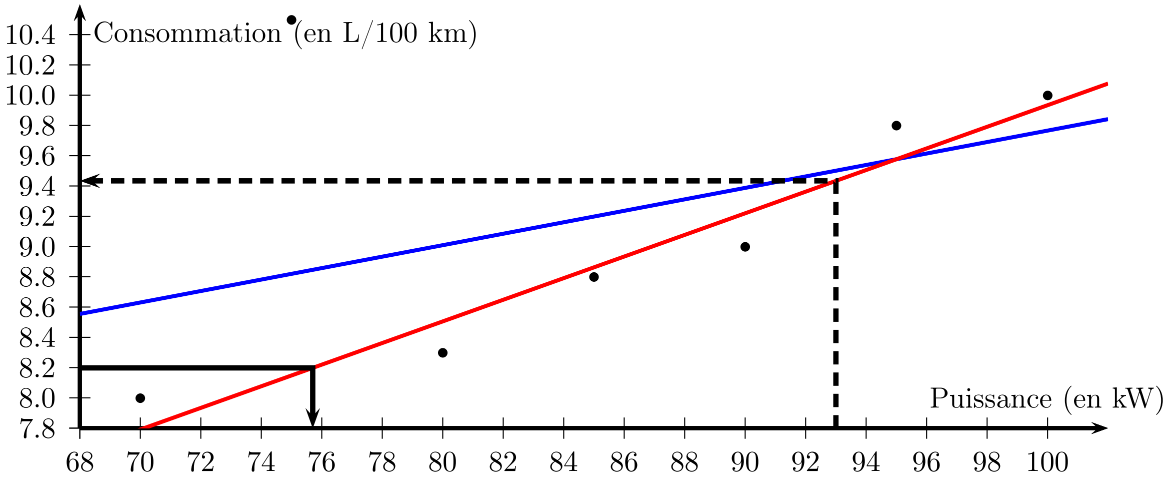
   (b) On cherche cette fois à partir de quelle année la valeur de y_i devient inférieure à $1,5\%$. Il s'agit donc de remplace y par cette valeur, et de résoudre l'inéquation :
$$\begin{array}{rcll} -0,54x+6,95 & < & 1,5 & \\ -0,54x & < & -5,45 & -6,95 \\ x & > & \dfrac{-5,45}{-0,54} & \div(-0,54) \\ x & > & 10,09 & \text{Valeur approchée} \end{array}$$
   On change le sens de l'inégalité quand on multiplie ou on divise par un nombre négatif !

   On pouvait aussi demander à la calculatrice `solve(-0.54x+6.95<1.5, x)`.

   La première valeur plus grande que 10,09 est 11, qui correspond à $\boxed{2023}$.

Exercice 62 du prébac

1. On va dans un nouveau classeur et on rentre les données. Dans doc on insère une nouvelle feuille de “Données et statistiques” qui nous donne automatiquement une échelle utile.



2. On revient dans la feuille de classeur, et on demande la régression linéaire. La calculatrice nous répond que $\boxed{r \approx 0,44}$ et que l'équation de la droite de régression est $\boxed{y = 0,037857x + 5,98214}$. Pour tracer la droite, on calcule deux valeurs (en bleu sur le graphique).

3. Il y a clairement un point aberrant : le point du nuage d'abscisse 75 a pour coordonnées $(75; 10,5)$ alors que le point de la droite a pour ordonnée $f1(75) = 8,82143$ (quand on ne change aucun réglage, ça stocke la droite de régression dans la fonction $f1$, sinon on peut redéfinir $f1(x) := 0,037857 \cdot x + 5,98214$ bien sûr).

   Du coup, le point est à $1,67857$ de la droite, ce qui est bien plus que 1. C'est un point aberrant.

4. On retourne dans le classeur et on supprime la ligne $(75; 10,5)$. Les calculs sont automatiquement mis à jour, on peut les refaire si on n'a pas confiance. La calculatrice nous dit que maintenant $r = 0,969203$ donc est bien $> 0,9$, l'ajustement affine $\boxed{\text{est justifié}}$. La nouvelle équation de la droite de régression est $\boxed{y = 0,071429x + 2,79286}$.

5. On peut tracer cette nouvelle droite sur le graphique (en rouge sur le graphique) et lire graphiquement (traits de construction en noir pointillé), ou bien utiliser la fonction $f1$ dans la calculatrice : $f1(93) = \boxed{9,43571}$.

6. C'est la même question à l'envers, on demande à la calculatrice de résoudre $solve(f1(x) = 8.2, x)$ et elle nous répond $x = \boxed{75,7}$. On pouvait aussi lire sur le graphique (traits de construction en noir plein).

B yi	C	D	E
			=LinRegM
_		RegEqn	m*x+b
8.3		m	0.071429
8.8		b	2.79286
9		r²	0.939355
9.8		r	0.969203

f1(75)	8.82143
10.5−8.82143	1.67857
f1(93)	9.43571
solve(f1(x)=8.2,x)	x=75.7