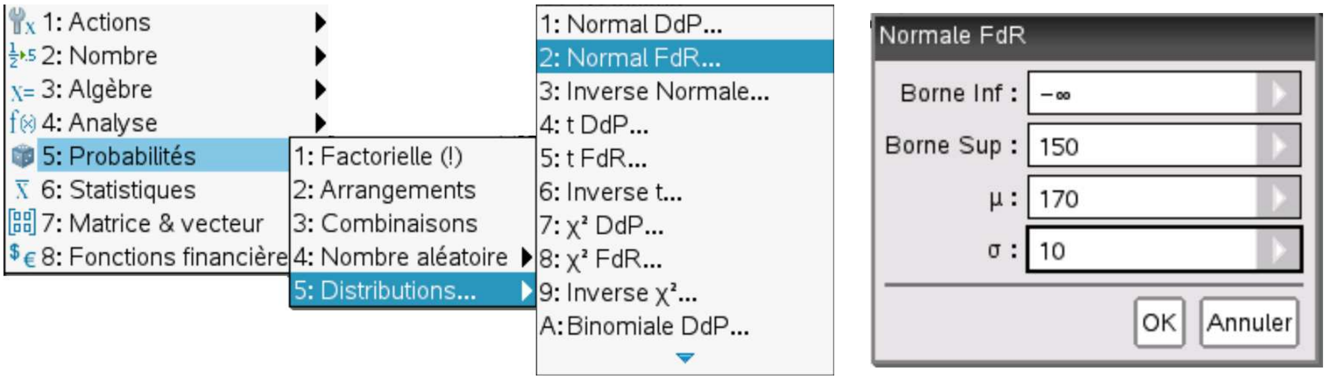
1 Trouvez $P(a \leq Y \leq b)$

On vous explique qu'une quantité Y suit une loi normale, on vous donne μ, σ, ainsi que l'intervalle $]a;b[$ considéré, et on demande de calculer la probabilité que Y soit dans cet intervalle, c'est-à-dire $P(a \leq Y \leq b)$.

À la calculatrice, on utilise `normCdf(a, b, mu, sigma)`.

> On modélise la taille des individus d'une population par une loi normale de moyenne 170 cm et d'écart-type 10 cm. Quelle est la probabilité qu'une personne prise au hasard dans cette population ait une taille inférieure à 150 cm ?

Traduction : on a $\mu = 170$, $\sigma = 10$, et on considère $]a;b[=]-\infty;150[$ (remarque : l'intervalle $]0;150[$ serait même plus pertinent ici pour une variable qui ne peut prendre que des quantités positives, mais le calcul donne des valeurs quasiment identiques). Du coup à la calculatrice on trouve $\boxed{2,2\%}$:




```
normCdf(−∞, 150, 170, 10)        0.02275
```

2 Trouvez l'intervalle

On vous explique qu'une quantité Y suit une loi normale, on vous donne μ, σ, et on donne également la probabilité que X soit dans un intervalle $]a;b[$ (sans donner a, sans donner b, voire sans donner aucun des deux). On vous demande de retrouver a et/ou b.

2.1 Quand on connaît $p = P(Y \leq b)$

2.1.1 Avec la loi normale inverse

Il se trouve que la fonction $p(x) = P(Y \leq x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$ est une fonction strictement croissante (car c'est l'aire sous la courbe de la fonction f, donc plus x est grand, plus l'aire est grande). Donc, il existe une réciproque à cette fonction. La fonction réciproque i qui, en fonction d'une probabilité $p = P(Y \leq x)$ permet de retrouver x s'appelle la fonction inverse normale. Donc, si on connaît $p = P(Y \leq x)$ et qu'on cherche x, on peut utiliser cette méthode.

> On modélise la masse, en kg, des tables produites par un menuisier par une variable aléatoire continue Z qui suit la loi normale $\mathcal{N}(10;2)$. On donne $P(Z \leq a) = 70\%$. Calculer a et interpréter ce résultat pour le menuisier.

À la calculatrice, on rentre Surface $= 0.7$, $\mu = 10$ et $\sigma = 2$, on trouve $\boxed{a \approx 11}$, ce qui veut dire que 70% des tables produites par ce menuisier pèsent moins de 11 kg.

```
invNorm(0.7, 10, 2)        11.0488
```

2.1.2 Avec solve

On n'est pas obligés d'utiliser la loi inverse normale : en fait, le problème se ramène à la chose suivante : on sait que $normCdf(-\infty, b, 10, 2) = 0.7$ et on cherche b. On peut donc taper directement :

```
solve(normCdf(−∞, b, 10, 2) = 0.7, b)
```

2.2 Quand on connaît $p = P(Y > a)$

2.2.1 Avec la loi normale inverse

La loi normale inverse (voir Section 2.1.1) ne nous permet pas directement de trouver a. Cela dit, on sait que P est une loi de probabilités, donc $P(Y \leq a) = 1 - P(Y > a) = 1 - p$. Et cette fois, la loi normale inverse résout notre problème.

> Un certain type de choux a une masse Y distribuée normalement selon la loi de moyenne 1 kg et d'écart type 0,15 kg. Déterminer le nombre réel a tel que $P(Y \geq a) = 0,04$. Traduire par une phrase.

On commence par écrire $P(Y \leq a) = 1 - P(Y \geq a) = 0,96$. La loi normale inverse donne alors :

```
invNorm(0.96, 1, 0.15)          1.2626
```

Cela veut donc dire que $\boxed{\text{4\% des choux ont une masse supérieure ou égale à 1,26 kg}}$.

2.2.2 Avec solve

On n'est pas obligés d'utiliser la loi inverse normale : en fait, le problème se ramène à la chose suivante : on sait que $normCdf(a, +\infty, 1, 0.15) = 0.04$ et on cherche a. On peut donc taper directement :

```
solve(normCdf(a, ∞, 1, 0.15) = 0.04, a)          1.2626
```

3 Trouvez l'écart-type

On vous explique qu'une quantité Y suit une loi normale, on vous donne μ, et on donne également la probabilité que X soit dans un intervalle $[a; b]$ (où l'intervalle $[a; b]$ est centré en μ, ce que l'on va écrire $[a; b] = [\mu - x; \mu + x]$). On vous demande de retrouver σ.

3.0.1 Avec les 3 formules du cours

Si on vous dit que $P(\mu - x \leq Y \leq \mu + x) = 0,68$, alors $x \approx \sigma$.
Si on vous dit que $P(\mu - x \leq Y \leq \mu + x) = 0,95$, alors $x \approx 2\sigma$.
Si on vous dit que $P(\mu - x \leq Y \leq \mu + x) = 0,997$, alors $x \approx 3\sigma$.
(dans les autres valeurs de p on ne peut pas utiliser cette méthode)

> Dans une grande cantine universitaire, on propose trois menus (poisson, viande, végétarien).
> Le nombre de menus poisson choisis par jour suit une distribution normale de moyenne $\mu = 240$.
> Pour 95% des jours, le nombre de menus poisson choisis est compris entre 200 et 280.
> Calculer l'écart-type du nombre de menus poisson choisis par jour.

Ici on remarque que l'intervalle $[200; 280]$ correspond à $[240 - 40; 240 + 40]$ (un intervalle centré en $\mu = 240$, avec 40 de dépassement de chaque côté). On remarque de même que la probabilité correspond à 95%, c'est-à-dire à l'intervalle du cours $P(\mu - 2\sigma \leq Y \leq \mu + 2\sigma) \approx 0,95$.

Donc directement, on voit que $2\sigma \approx 40$, c'est-à-dire $\boxed{\sigma \approx 20}$.

3.0.2 Avec solve

On n'est pas obligés d'utiliser la formule du cours, si on ne la connaît plus : en fait, le problème se ramène à la chose suivante : on sait que $normCdf(200, 280, 240, x) = 0.95$ et on cherche x. On peut donc taper presque directement :

```
solve(normCdf(200, 280, 240, x) = 0.95, x)
```

En fait cela ne fonctionne pas directement car l'équation est trop difficile pour la calculatrice, il faut l'aider. Il faut lui donner quelques valeurs de x jusqu'à trouver une valeur de x qui "l'aide suffisamment" pour qu'elle arrive à trouver.

```
solve(normCdf(200, 280, 240, x) = 0.95, x = 10)
```

Ici, en l'aidant avec $x = 10$, cela fonctionne, la calculatrice nous trouve $\sigma \approx 20,4$.