Exercice 5 — Analyse (5 points)

$$\begin{array}{rcll}
2\mathrm{e}^{-3x-3}+4 & = & 6 & \\
2\mathrm{e}^{-3x-3} & = & 2 & -4 \\
\mathrm{e}^{-3x-3} & = & 1 & \div 2 \\
\ln\left(\mathrm{e}^{-3x-3}\right) & = & \ln(1) & \text{On compose par } x \mapsto \ln(x) \\
-3x-3 & = & 0 & \ln\left(\mathrm{e}^{y}\right)=y \\
-3 & = & 3x & +3x \\
-1 & = & x & \div 3
\end{array}$$

Donc $\boxed{\mathcal{S}=\{-1\}}$.

Exercice 7 — Analyse (15 points)

$$S(t)=1008\cdot\left(1-\mathrm{e}^{-0.24t}\right)$$

$s(t):=1008\cdot\left(1-\mathbf{e}^{-0.24\cdot t}\right)$	*Terminé*
$s(1)$	215.079
$s(12)$	951.416
$ds(t):=\frac{d}{dt}(s(t))$	*Terminé*
$ds(1)$	190.301

$ds(1)$	190.301
$ds(12)$	13.5801
$\lim\limits_{t\to\infty}(s(t))$	1008.
solve$(s(t)\geq 500,t)$	$t\geq 2.85518$

1. On rentre l'expression de $s(t)$ puis on demande la valeur $s(1)\approx\boxed{215}$ et $s(12)\approx\boxed{951}$.
2. On commence par demander à la calculatrice de calculer la dérivée $ds(t):=\dfrac{d}{dt}(s(t))$ puis on demande la valeur $ds(1)\approx\boxed{190}$ et $ds(12)\approx\boxed{14}$.
3. Le taux d'accroissement représente la dérivée de la fonction, donc l'augmentation de la fonction à venir. Ainsi, comme $ds(1)\approx 190$ et $ds(12)\approx 14$, cela veut dire qu'il y a une forte croissance du nombre total de pièges vendus au départ (au bout d'un mois), puis une croissance très faible (au bout de 12 mois). En résumé, le professeur $\boxed{\text{vend de moins en moins de pièges}}$ au fur et à mesure (car le total du nombre de pièges grandit de moins en moins vite).
4. Puisque le nombre total de pièges ne fait que monter, il faut donc calculer la limite en $+\infty$: $\lim\limits_{t\to+\infty} s(t)=\boxed{1008}$.
   Ainsi, au maximum, le nombre total de pièges vendus sera de 1008 unités.
5. On va demander à la calculatrice de résoudre $solve(s(t)\geq 500,t)$. Elle nous répond que c'est pour $t\geq 2,85518$, donc c'est $\boxed{\text{à partir du 3e mois}}$ (attention, ce n'est pas un arrondi : comme il faut que t soit <u>plus grand</u> que $2,88518$, ça veut dire que pour 2 mois ce n'était pas encore bon, mais que pour 3 mois c'est le premier mois où c'est bon).

Exercice 15 — Analyse (5 points)

Pour la tangente au graphe au point d'abscisse $x = 2$, on utilise la formule de la tangente au point d'abscisse a :

$$y = f'(a) \times (x - a) + f(a)$$

$f(x) = 3 + \mathrm{e}^{2-x}$.

$f'(x) = 0 + (-1) \times \mathrm{e}^{2-x}$.

$f'(x) = -\mathrm{e}^{2-x}$.

1 : Ecrire chaque terme de f comme produit d'une constante par une fonction de référence.

2 : Dériver : dans chaque terme garder la constante et dériver la fonction de référence (la dérivée de e^{ax+b} est $a \cdot \mathrm{e}^{ax+b}$, ici $a = -1$ et $b = 2$).

3 : Simplifier.

Ici, $f'(x) = -\mathrm{e}^{2-x}$ et $a = 2$ donc on a $f'(2) = -\mathrm{e}^{2-2} = -1$ et $f(2) = 3 + \mathrm{e}^{2-2} = 3 + 1 = 4$, d'où l'équation $y = -1 \times (x - 2) + 4$ c'est-à-dire $\boxed{y = -x + 6}$.

Exercice 17 — Analyse (5 points)

Nous voulons dériver $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x + 1$ pour étudier le signe de la dérivée, et étudier les variations (ici, décroissance) de f.

$f(x) = -2 \times x^3 + 3 \times x^2 + 12 \times x + 1.$

$f'(x) = -2 \times 3x^2 + 3 \times 2x + 12 \times 1 + 0.$

$\boxed{f'(x) = -6x^2 + 6x + 12}$.

1 : Ecrire chaque terme de f comme produit d'une constante par une fonction de référence.

2 : Dériver : dans chaque terme garder la constante et dériver la fonction de référence.

3 : Simplifier.

$f'(x)$ est une fonction du second degré. On peut commencer par résoudre $f'(x) = 0$ par la méthode du discriminant. Les calculs sont fastidieux (surtout à la main), donc on peut commencer par voir que résoudre $-6x^2 + 6x + 12 = 0$, c'est équivalent à résoudre $-x^2 + x + 2 = 0$ (en divisant tout par 6). Maintenant c'est beaucoup plus simple, dans l'équation $-x^2 + x + 2 = 0$, les coefficients sont $a = -1$, $b = 1$ et $c = 2$ donc $\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times (-1) \times 2 = 1 + 8 = 9$. Donc on a deux solutions $x_\pm = \dfrac{-1 \pm \sqrt{9}}{2 \times (-1)} = \dfrac{-1 \pm 3}{-2}$, c'est-à-dire $\boxed{\mathcal{S} = \{-1; 2\}}$.

Puisque a est négatif, c'est une parabole qui commence par monter puis descendre (ou alors, on teste une valeur de f pour s'en convaincre), on a donc le tableau de signes suivant, et le tableau de variations correspondant :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
Sgn. $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
Var $f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Du coup, f est décroissante sur les intervalles $\boxed{]-\infty; -1] \text{ et } [2; +\infty[}$.