Exercice 8

1. La série $8; 8; 9; 10; 10; 11; 12; 12$ est déjà ordonnée, et n'a pas beaucoup de valeurs (on peut exiger de vous que vous meniez le calcul à la main), on peut directement calculer :
   - 8 valeurs
   - Moyenne : $\overline{x} = \dfrac{8+8+9+10+10+11+12+12}{8} = \boxed{10}$ (on peut même le faire de tête en remarquant que $8 = 12 = 20$ et $9+11 = 20$)
   - Écart-type : $\sigma(x) = \sqrt{\frac{(8-10)^2+(8-10)^2+(9-10)^2+(10-10)^2+(10-10)^2+(11-10)^2+(12-10)^2+(12-10)^2}{8}} = \sqrt{\frac{(-2)^2+(-2)^2+(-1)^2+(0)^2+(0)^2+(1)^2+(2)^2+(2)^2}{8}} = \sqrt{\frac{4+4+1+0+0+1+4+4}{8}} = \sqrt{\frac{18}{8}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = \boxed{1{,}5}$
   - Médiane : il s'agit de la demi-somme des valeurs de rangs est $\dfrac{8}{2} = 4$ et $\dfrac{8}{2}+1 = 5$. La 4e valeur est 10, la 5e valeur est 10, la demi-somme vaut donc $\dfrac{10+10}{2} = \boxed{10}$.
   - Q1 : $\dfrac{8}{4} = 2$ donc c'est la 2e valeur. C'est $\boxed{8}$.
   - Q3 : $\dfrac{8\times 3}{4} = 6$ donc c'est la 6e valeur. C'est $\boxed{11}$.
   - Écart interquartile : Q3-Q1 $= 11 - 8 = \boxed{3}$.
2. La nouvelle série est donc :

$$4; 8; 8; 9; 10; 10; 11; 12; 12; 14$$

   (a) Cette fois-ci le calcul est un peu plus compliqué surtout pour l'écart-type car on a des calculs décimaux, on va faire tout à la calculatrice, voir la méthode d'utilisation de la calculatrice au lien suivant : `http://www.barsamian.am/2020-2021/S7P3/Chap2_TI-stats-1-var.pdf`.
   - 10 valeurs
   - Moyenne : $\overline{x} = 9,8$
   - Écart-type : $\sigma(x) \approx \boxed{2{,}64}$
   - Médiane : il s'agit de la demi-somme des valeurs de rangs est $\dfrac{10}{2} = 5$ et $\dfrac{10}{2}+1 = 6$. La 5e valeur est 10, la 6e valeur est 10, la demi-somme vaut donc $\dfrac{10+10}{2} = 10$.
   - Q1 : $\dfrac{10}{4} = 2,5$ donc c'est la 3e valeur. C'est 8.
   - Q3 : $\dfrac{10\times 3}{4} = 7,5$ donc c'est la 8e valeur. C'est 12.
   - Écart interquartile : Q3-Q1 $= 12 - 8 = 4$.

   (b) Dans les deux séries, on avait :
   - (moyenne ; écart-type) : avant : (10 ; 1,5) — après : (9,8 ; 2,64)
   - (médiane ; écart interquartile) : avant : (10 ; 3) — après : (10 ; 4)

   Sur cet exemple précis, ce n'est pas tout à fait clair de voir quel couple semble être le plus robuste aux valeurs extrêmes (c'est-à-dire, lequel semble le moins dépendre de ces valeurs). La moyenne n'a pas beaucoup bougé (0,2 point en moins, soit $\dfrac{0,2}{10} = 2\%$ de différence) mais la médiane n'a pas du tout bougé. L'écart-type et l'écart interquartile ont chacun bougé d'environ 1 point, mais cela représente, en pourcentage, une plus grosse fluctuation pour l'écart type ($\dfrac{2,64-1,5}{1,5} = 76\%$) que pour l'écart interquartile ($\dfrac{4-3}{3} = 33\%$). On peut donc dire que le couple qui semble le plus robuste est le couple $\boxed{\text{(médiane ; écart interquartile)}}$. Ça ne saute pas aux yeux sur cet exemple, mais c'est effectivement bien celui-ci le plus robuste dans le cas général.

Exercice 12

Plusieurs solutions pour associer les diagrammes aux histogrammes. On voit que les trois médianes sont différentes, les trois 1ers quartiles sont différents, les trois 3e quartiles sont différents. On peut donc calculer n'importe laquelle de ces caractéristiques, et faire l'association correspondante.

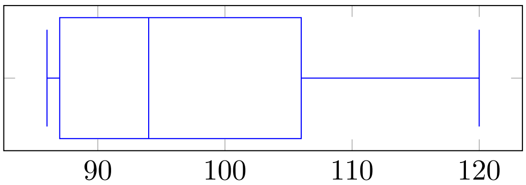
Je vais calculer Q1 car c'est peut-être la valeur la plus simple. D'abord on calcule les effectifs totaux : pour chaque série, il y a 30 valeurs en tout. Du coup, calculons le rang de Q1 : $\frac{30}{4} = 7,5$ donc c'est la valeur de rang 8.

— Pour l'histogramme du haut, la 8e valeur est 7 (il y a 6 fois la valeur 6, puis 4 fois la valeur 7 donc les valeurs de rang 7 à 10 sont "7") : c'est le diagramme du haut.
— Pour l'histogramme du milieu, la 8e valeur est 6 (il y a 3 fois la valeur 2, puis 1 fois la valeur 3, puis 1 fois la valeur 4, puis 2 fois la valeur 5, puis 2 fois la valeur 6 donc les valeurs de rang 8 à 9 sont "6") : c'est le diagramme du bas.
— Par déduction, pour l'histogramme du bas, c'est le diagramme du milieu.

Remarque : pour aller vite sur cet exercice, il fallait donc se rendre compte qu'on n'avait pas besoin de tout calculer pour associer un diagramme à un histogramme, donc pas besoin de tout rentrer dans la calculatrice !

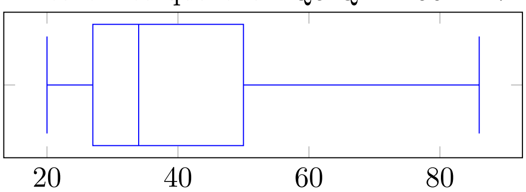
Exercice 61 — Prebac

— 11 valeurs
— Médiane : son rang est $\frac{11+1}{2} = 6$. La 6e valeur est $\boxed{94}$.
— Q1 : $\frac{11}{4} = 2,75$ donc c'est la 3e valeur. C'est $\boxed{87}$.
— Q3 : $\frac{11 \times 3}{4} = 8,25$ donc c'est la 9e valeur. C'est $\boxed{106}$.
— Écart interquartile : Q3-Q1 $= 106 - 87 = \boxed{19}$.



Exercice 67 — Prebac

— 15 valeurs
— Médiane : son rang est $\frac{15+1}{2} = 8$. La 8e valeur est $\boxed{34}$.
— Q1 : $\frac{15}{4} = 3,75$ donc c'est la 4e valeur. C'est $\boxed{27}$.
— Q3 : $\frac{15 \times 3}{4} = 11,25$ donc c'est la 12e valeur. C'est $\boxed{50}$.
— Écart interquartile : Q3-Q1 $= 50 - 27 = \boxed{23}$.



Exercice 71 — Prebac

Sur le diagramme à moustaches, on lit que la médiane est d'environ 131,2. Cela veut dire qu'au moins la moitié des véhicules, en 2012, émettaient 131,2 g/km ou moins et qu'au moins la moitié des véhicules, en 2012, émettaient 131,2 g/km ou plus.

La réponse est que oui, la moitié ou moins de la moitié des véhicules respectait la limite de l'UE en 2012. La phrase est bien $\boxed{\text{vraie}}$. Si vous avez répondu que, puisque 130 g/km est plus petit que 131,2 g/km, c'est vrai, on vous compterait bon (il y a une toute petite subtilité dans laquelle on n'a pas besoin de rentrer).