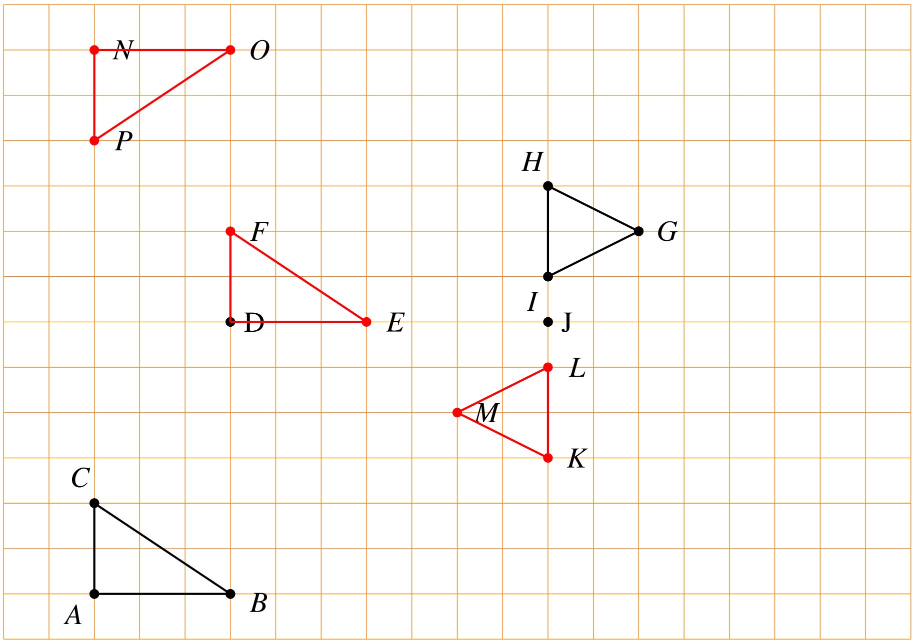
Exercice 1 — 3 points

Répondre aux questions de cet exercice directement sur le dessin ci-dessous :



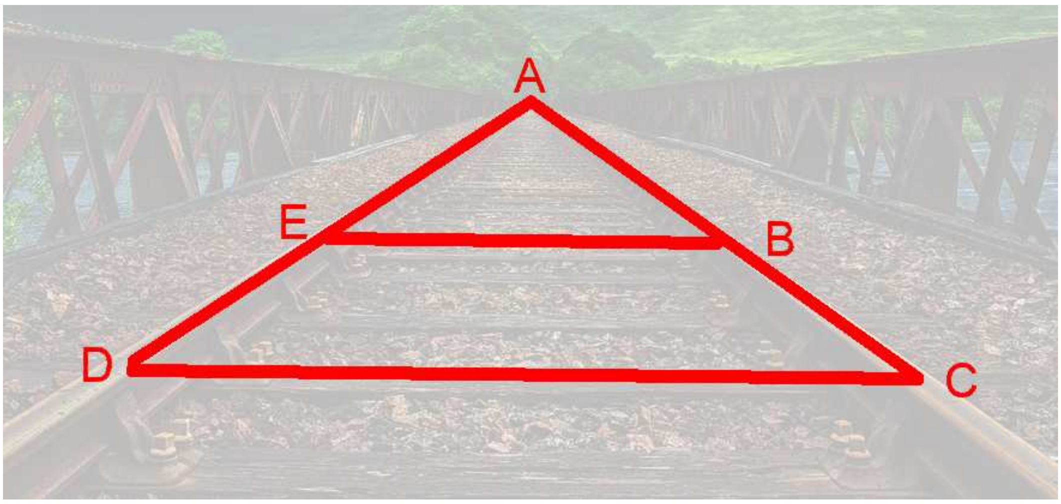
1 point — 1. Construire le triangle DEF qui est l'image de ABC par la translation qui transforme A en D.

1 point — 2. Construire le triangle KLM qui est l'image du triangle HIG par la symétrie de centre J.

1 point — 3. Construire le triangle NOP qui est l'image de ABC par la symétrie axiale d'axe (DJ).

Exercice 2 — 1.5 point

L'image suivante est la modification d'une photographie (qui n'est pas à l'échelle).



Source : `https://www.pikist.com/free-photo-xrxgg`

Sur la photo, le segment [CD] est l'image du segment [EB] par une homothétie de centre A, et on sait que AC = 15 cm, et AB = 9 cm.

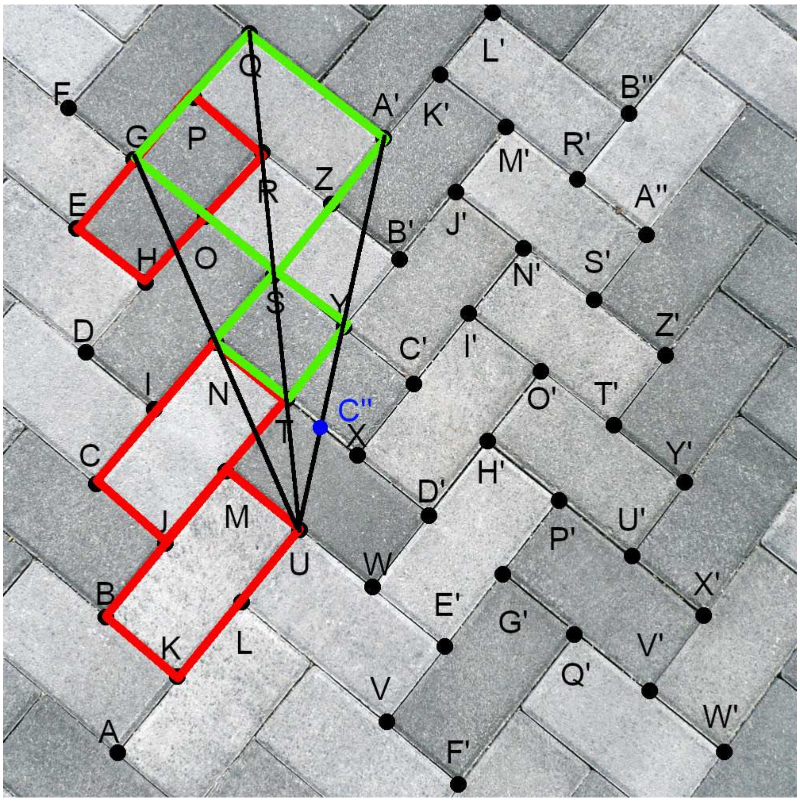
1 point — 1. Quel est le rapport de cette homothétie ?

0.5 point — 2. Quel nom donne-t-on au point A sur ce genre de photos ou dessins ?

1. Le rapport de cette homothétie est $\frac{AC}{AB} = \frac{15}{9} = \boxed{\frac{5}{3}}$.
2. Sur la figure, A est le point de fuite (là où se rejoignent les rails “à l'infini”).

Exercice 3 **4 points**

Dans l'extrait de rue pavée suivant, on considère que tous les rectangles sont de mêmes dimensions 5 cm x 10 cm :

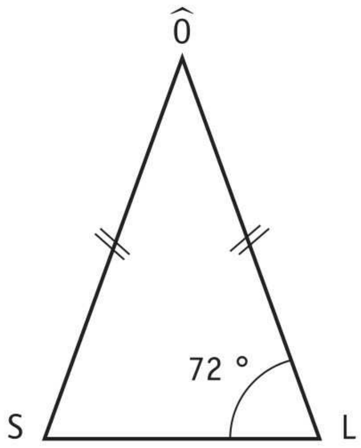


1 point	1. Nommer deux rectangles qui peuvent être obtenus par translation du rectangle KUMB.
1 point	2. Quelle est l'image du carré SGQA′ par l'homothétie de centre U et de rapport $\frac{1}{2}$?
1 point	3. Placer le point C″ sur le dessin ci-dessus pour que les rectangles BKUM et C′YJ′N′ soient l'image l'un de l'autre par la symétrie de centre C″.
1 point	4. À partir du rectangle VLUE′, on applique la symétrie d'axe (MW) puis la symétrie d'axe (P′C′). Quel est le rectangle auquel on aboutit ? Quelle autre transformation permet de partir de VLUE′ et d'arriver au même rectangle ?
BONUS	5. Citer trois transformations différentes qui transforment BKUM en C′YJ′N′.

1. Les rectangles $\boxed{\text{JTNC et EPRH}}$ conviennent par exemple.
2. L'image du carré SGQA′ par l'homothétie de centre U et de rapport $\frac{1}{2}$ est $\boxed{\text{le carré TNSY}}$.
3. Le point C″ est le milieu de [TX].
4. L'image du rectangle VLUE′ par la symétrie d'axe (MW) est le rectangle E′UXG′. L'image du rectangle E′UXG′ par la symétrie d'axe (P′C′) est $\boxed{\text{le rectangle T′I′N′Z′}}$. On aurait aussi pu faire une translation pour arriver au même rectangle (la translation qui transforme V en T′), une symétrie axiale ou centrale (il faut alors rajouter des points et les nommer pour cela).
5. D'après la question 3, on a déjà la symétrie de de centre C″. On a aussi la symétrie d'axe (XT) et la translation qui transforme K en C′.

Exercice 4 **1.5 point**

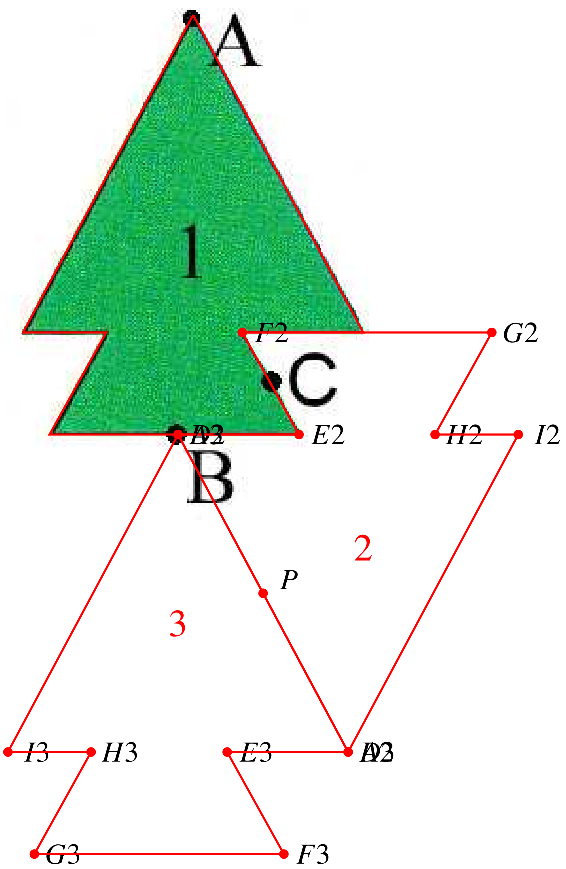
0.5 point	1. Quelle est la valeur de l'angle $\widehat{O}$ sur le triangle ci-contre ? Justifier.
0.5 point	2. Est-il possible de construire un triangle avec un angle de 85° et un autre de 43° ? Si oui, quelle est la valeur du troisième angle ? Justifier.
0.5 point	3. Est-il possible de construire un triangle avec deux angles de 90° ? Si oui, quelle est la valeur du troisième angle ? Justifier.



1. Le triangle OSL est isocèle en O, donc $\widehat{S} = \widehat{L} = 72°$. Dans un triangle, la somme des angles fait 180° donc $\widehat{O} = 180° - 72° - 72° = \boxed{36°}$.
2. Dans un triangle, la somme des angles fait 180°. Or $85° + 43° = 128°$ donc c'est bien possible car c'est bien inférieur à 180°, et la valeur du troisième angle est $\boxed{52°}$.
3. Il n'est $\boxed{\text{pas possible}}$ de construire un triangle avec deux angles de 90°, car la somme fait déjà 180° et il ne resterait que 0° pour le dernier angle. Or le seul triangle qui a un angle de 0° est le triangle plat, qui a deux angles de 0° et un angle de 180°.

Exercice 5 **4 points**

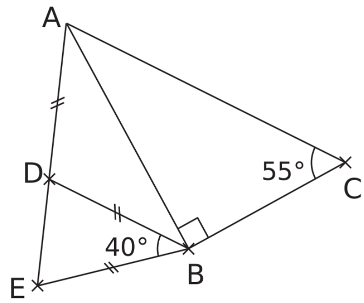
	Répondre aux deux premières questions directement sur le dessin ci-dessous :
1.5 point	1. Construire l'arbre 2, image de l'arbre 1 par la symétrie centrale de centre C.
1.5 point	2. Construire l'arbre 3, image de l'arbre 1 par la translation qui transforme A en B.
1 point	3. Quelle est la symétrie qui permet de passer de l'arbre 3 à l'arbre 2 ?



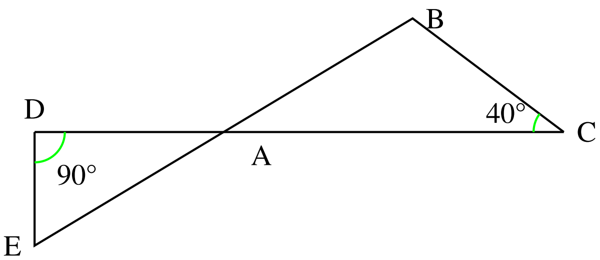
Si on place le point P au milieu du segment commun aux deux arbres, alors une symétrie centrale autour de P transforme le 2e arbre en le 3e arbre.

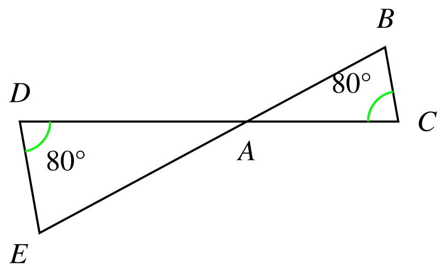
Exercice 6 **4 points**

1 point	1. Dessiner un couple d'angles alternes-internes de mesures différentes. Puis, sur un autre dessin, dessiner un couple d'angles alternes-internes de même mesure.
3 points	2. Sur la figure ci-contre, les points A, D et E sont alignés. Démontrer que les droites (AC) et (DB) sont parallèles.



1. Pour dessiner un couple d'angles alternes-internes de mesures différentes, il suffit que les deux droites de chaque côté ne soient pas parallèles (voir à gauche). Pour dessiner un couple d'angles alternes-internes de même mesure, il suffit que les deux droites de chaque côté soient parallèles (voir à droite).





2. <u>Cet exercice avait été traité en classe !</u> Pour démontrer que les droites (AC) et (DB) sont parallèles, on peut par exemple démontrer d'abord qu'il y a un couple d'angles alternes-internes de même mesure (avec la droite (AB)), ou bien montrer qu'elles coupent une même droite avec le même angle (ici, la droite (AE)).

   (a) Si on choisit les angles alternes-internes, il faut donc qu'on calcule les mesures des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABD}$.
   Dans le triangle BAC, on connaît 2 des 3 angles, donc $\widehat{BAC} = 180° - 90° - 55° = 35°$.
   On n'a pas assez de données dans ABD pour trouver $\widehat{ABD}$. On utilise le dernier triangle DEB qui est isocèle en B, donc $\widehat{BDE} = \widehat{BED}$. Comme $\widehat{DBE} = 40°$, il reste 140° pour les deux autres angles qui mesurent donc chacun 70°. On peut maintenant calculer $\widehat{BDA} = 110°$ (car l'angle $\widehat{EDA}$ est plat donc les angles $\widehat{BDA}$ et $\widehat{BDE}$ sont supplémentaires, c'est-à-dire que leur somme fait 180°).
   On peut enfin calculer $\widehat{DBA}$: dans le triangle DBA isocèle en D, on connaît $\widehat{BDA} = 110°$ et il reste donc 70° pour les deux autres angles, qui valent donc 35° chacun puisqu'ils sont égaux.
   On a maintenant trouvé que $\widehat{BAC} = \widehat{ABD} = 35°$, et ces deux angles sont alternes-internes entre les droites (AC) et (DB), qui sont donc bien parallèles.

   (b) Si on choisit les angles de ces deux droites avec (AE), il faut donc calculer $\widehat{BDE}$ et $\widehat{CAD}$. Comme avant, on a $\widehat{BDE} = 70°$ et on calcule $\widehat{CAD} = \widehat{CAB} + \widehat{BAD} = 35° + 35° = 70°$. Comme ces deux angles sont égaux, les droites (AC) et (DB) forment le même angle avec (AE), elles sont donc bien parallèles entre elles.

Exercice 7 **2 points**

1 point	1. Dessiner un triangle qui a un seul axe de symétrie, et un autre triangle qui a plusieurs axes de symétrie. Coder la figure pour montrer les angles et/ou les longueurs égales.
1 point	2. Dessiner un triangle ABC de votre choix, puis le triangle A′B′C qui est l'image de ABC par la symétrie de centre C. Coder la figure pour montrer les angles et/ou les longueurs égales.
BONUS	3. Quelle figure a une infinité d'axes de symétrie ?

1. Tout triangle isocèle non équilatéral a un seul axe de symétrie. Tout triangle équilatéral a trois axes de symétrie.
3. Le $\boxed{\text{cercle}}$ a une infinité d'axes de symétrie (toute droite qui passe par son centre).