Chapitre 1.
Puissances

Yann Barsamian

École Européenne de Bruxelles 1

Année scolaire 2022–2023

Plan du chapitre

- Rappels
- Exposants négatifs et rationnels
- Notation scientifique

I/ Rappels

Si $a \in \mathbb{R}$ (nombre réel) et $n \in \mathbb{N}^*$ (nombre entier non nul) :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

Remarque : pour tout nombre réel a, $a^0 = 1$.

Si a, b sont deux réels et m, n sont deux entiers, alors :

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $a^m \times b^m = (a \times b)^m$
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$

Si $a \in \mathbb{R}^*$ (nombre réel non nul) et $n \in \mathbb{N}^*$ (nombre entier non nul) :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}}$$

a^{-n} est donc l'inverse de a^n.

Les propriétés du I/ sont toujours valables (si a et b sont non nuls), et on a également :

- $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Si $a \geq 0$ et $n \in \mathbb{N}^*$, $a^{\frac{1}{n}}$ est le nombre positif qui, élevé à la puissance n, donne a. On appelle ce nombre racine n-ième de a, qu'on peut aussi noter $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$.

Remarque : si $a < 0$, $a^{\frac{1}{n}}$ existe aussi quand n est impair (et alors, c'est un nombre négatif).

Exemples :

- $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$ car $2^3 = 8$
- $25^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25} = 5$ car $5^2 = 25$
- $(-32)^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{-32} = -2$ car $(-2)^5 = -32$
- $(-16)^{\frac{1}{4}}$ n'existe pas

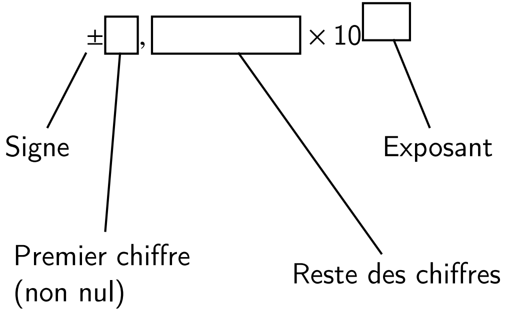
On peut utiliser les propriétés précédentes pour utiliser n'importe quel exposant rationnel.

Exemples :

- $8^{\frac{2}{3}} = 8^{\frac{1}{3}\times 2} = \left(8^{\frac{1}{3}}\right)^2 = 2^2 = 4$
- $625^{\frac{3}{4}} = 625^{\frac{1}{4}\times 3} = \left(625^{\frac{1}{4}}\right)^3 = 5^3 = 125$
- $5^{\frac{3}{2}} = 5^{\frac{1}{2}\times 3} = \left(5^{\frac{1}{2}}\right)^3 = \left(\sqrt{5}\right)^3$

III/ Notation scientifique

Si $a \in \mathbb{R}^*$, on peut l'écrire avec la notation scientifique :



Exemples : $123,4 = 1,234 \times 10^2$; $\quad$ $0,000765 = 7,65 \times 10^{-4}$;
$-9800000 = -9,8 \times 10^6$; $\quad$ $5 = 5 \times 10^0$.

Remarque : dans Geogebra, il faut taper NotationScientifique(...) ou bien en anglais ScientificText(...) pour obtenir cette notation.

III/ Notation scientifique

Il faut retenir les préfixes des puissances de 10 :

- exa : 10^{18}. Ex. 10^{18} o est un exaoctet (Eo)
- péta : 10^{15} Ex. 10^{15} o est un pétaoctet (Po)
- téra : 10^{12} Ex. 10^{12} o est un téraoctet (To)
- giga : 10^{9} Ex. 10^{9} o est un gigaoctet (Go)
- méga : 10^{6} Ex. 10^{6} o est un mégaoctet (Mo)
- kilo : 10^{3} Ex. 10^{3} o est un kilooctet (ko)
- milli : 10^{-3} Ex. 10^{-3} m est un millimètre (mm)
- micro : 10^{-6} Ex. 10^{-6} m est un micromètre (μm)
- nano : 10^{-9} Ex. 10^{-9} m est un nanomètre (nm)
- pico : 10^{-12} Ex. 10^{-12} m est un picomètre (pm)
- femto : 10^{-15} Ex. 10^{-15} m est un femtomètre (fm)