

Exercice 1

Calc. : ✖

5 points

1. Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

(a) $6x^2 + x - 1 = 0$

(b) $-2x^2 + 4x - 5 = 0$

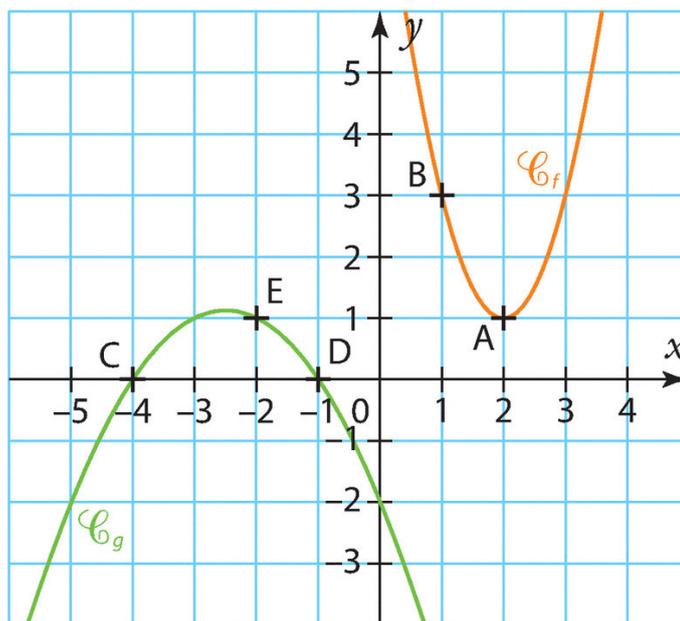
(c) $(x - 1)^2 - 1 = 0$

7 points

2. Soient f et g deux fonctions polynomiales de degré 2 de la forme $ax^2 + bx + c$ dont les courbes sont données ci-dessous (C_f pour f et C_g pour g).

(a) Déterminer, pour chaque courbe, le signe de « a » et le signe du discriminant « Δ ».

(b) Déterminer une expression de $f(x)$ et une expression de $g(x)$ en justifiant vos raisonnements. (On donnera, au choix, l'une des trois formes suivantes : la forme canonique, factorisée ou développée.)



Remarque : les points A, B, C, D et E sont tous sur le quadrillage, les points A et B sont sur C_f , et les points C, D et E sont sur C_g .

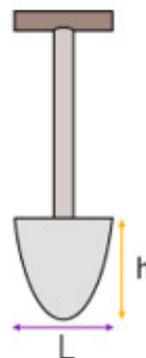
Exercice 2

Calc. : ✓

Nous souhaitons modéliser le contour arrondi de la partie plate de la pelle ci-contre par une fonction f du second degré

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

On sait que la largeur L de cette partie plate est 20 cm plus petite que sa hauteur h et que le carré de la largeur fait 18 fois la hauteur.



1. On admet que l'énoncé peut être traduit en l'équation suivante :

$$h^2 - 40h + 400 = 18h$$

4 points

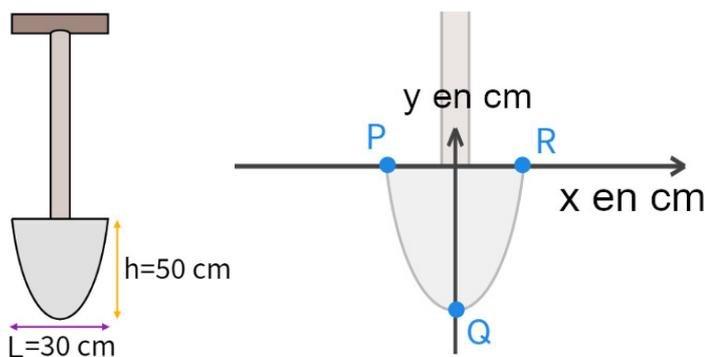
(a) Résoudre cette équation.

2 points

(b) Parmi les deux solutions trouvées à la question précédente, une seule peut correspondre à la hauteur h cherchée. Laquelle et pourquoi ?

2 points

2. En utilisant les informations des figures suivantes, donner les coordonnées des points P et Q :



2 points

3. À l'aide des coordonnées du sommet de la parabole, déterminer une expression de la forme canonique de f (cette expression fera encore apparaître a).

4 points

4. En utilisant le fait que R est sur la courbe de f , calculer a et exprimer le résultat sous forme fractionnaire.

2 points

5. Dédurre des questions précédentes une expression de $f(x)$.

Exercice 3

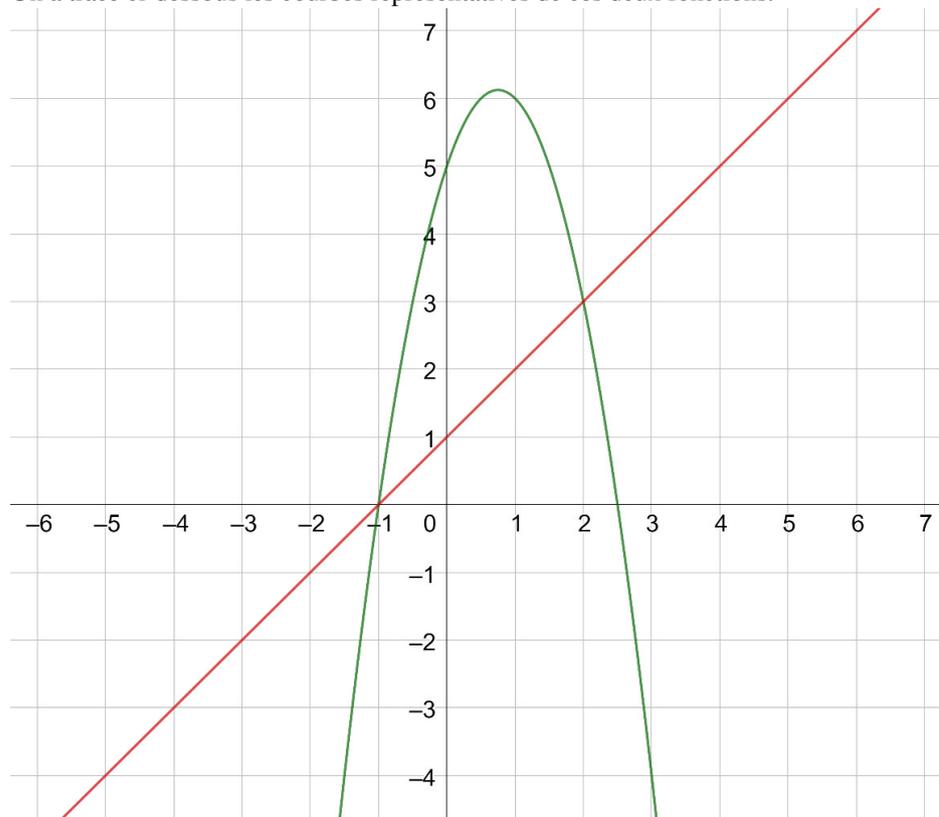
Calc. : ✓

25 points

On considère deux fonctions f et g définies respectivement par :

$$f(x) = -2x^2 + 3x + 5 \text{ et } g(x) = x + 1.$$

On a tracé ci-dessous les courbes représentatives de ces deux fonctions.

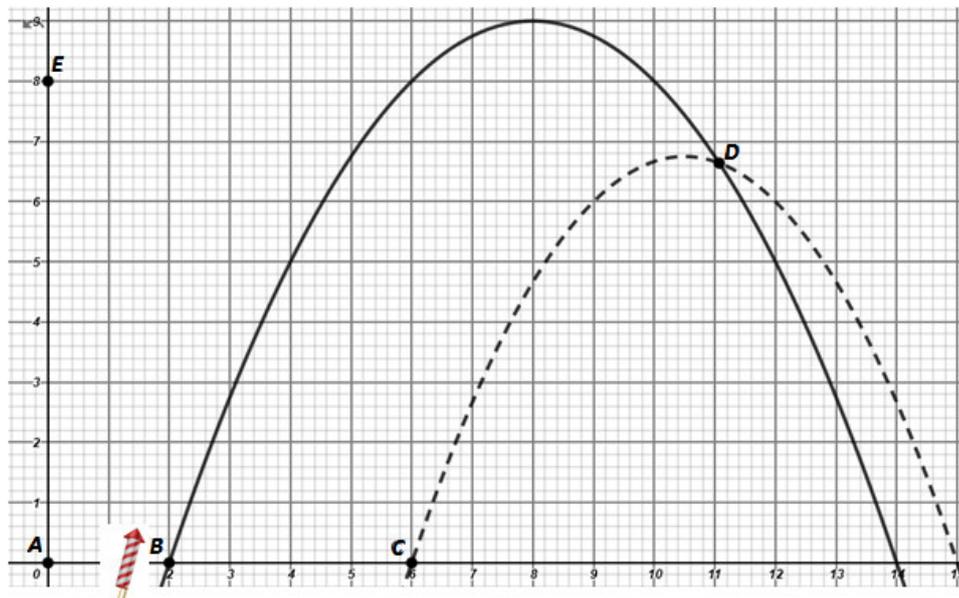


1. Indiquer quelle courbe correspond à quelle fonction.
2. (a) Justifier que $f(x) = -2(x - 0,75)^2 + 6,125$.
(b) Donner les coordonnées du sommet de la courbe de la fonction f .
(c) Donner une équation de l'axe de symétrie de cette courbe.
3. Déterminer, en détaillant les calculs, les zéros de la fonction f .
4. Donner l'ensemble des solutions de l'équation $f(x) \geq 0$.
5. (a) Lire graphiquement les coordonnées des points d'intersection des courbes de f et g .
(b) Retrouver ces résultats par le calcul.

Exercice 4

Calc. : ✓

Une fusée de feu d'artifice F_1 est tirée depuis un point B au sol, située à 2 m du point A de coordonnées $(0, 0)$ (voir schéma). On note y la hauteur atteinte par la fusée (en mètres) et x la distance au sol depuis le point A .



4 points

1. Utiliser les informations données dans le graphique pour déterminer la trajectoire de la fusée F_1 en exprimant y en fonction de x (indiquer votre démarche et tous les calculs).

On supposera dans ce qui suit que cette trajectoire F_1 est : $y = \frac{-x^2}{4} + 4x - 7$.

4 points

2. Une fusée F_2 est tirée depuis le point C , situé à 6 m de A , et son équation est $y = \frac{-x^2}{3} + 7x - 30$. Déterminer, pour les deux fusées, la hauteur maximale qu'elles vont atteindre ainsi que la portée de chaque tir (indiquer les calculs).

4 points

3. À quelle distance du point A les deux trajectoires se croisent-elles (coordonnée x du point D)?

4 points

4. Un oiseau se trouve à 8 m du sol, par rapport au point A (point E). Il prend son envol et part suivant une trajectoire rectiligne pour se poser au sol à 36 m du point A . Déterminer l'équation de cette trajectoire rectiligne, tracez-la sur le graphe et déterminez graphiquement les coordonnées du point où il croise la trajectoire de la fusée F_2 .

3 points

5. Une troisième fusée est tirée avec une vitesse horizontale v_x de 20 m/s depuis une hauteur de 10 m (toujours par rapport au point A). Établir l'équation de sa trajectoire y en fonction de x (on prendra $g = 10 \text{ m/s}^2$). Indiquer tous vos calculs.

On supposera dans ce qui suit que cette trajectoire est : $y = 10 - \frac{x^2}{80}$

3 points

6. Un spectateur se trouve au sol à 26 m du point A et mesure 1,8 m. Sera-t-il touché par la fusée F_3 (expliquer votre raisonnement) ?

7. Déterminer la portée de ce dernier tir (si le spectateur n'est pas touché par F_3).