

Connaissances	Méthodes	Résolution	Interprétation	Barème	
					On accordera une attention particulière, à ce devoir comme à tous les autres, à l'orthographe, la présentation et la rédaction des réponses (ce qui inclut l'obligation de justifier). Sur le total, <u>1 point</u> est dévolu à cela.
					Chaque question est annotée à gauche avec le nombre de points et les compétences évaluées.

Exercice 1**4 points**

✓	✓			1	1. Donner l'écriture scientifique de 10π à 1 chiffre après la virgule.
✓				1	2. Écrire l'expression $\sqrt[3]{x^7}$ sans utiliser de racine.
	✓			1	3. Écrire le nombre $(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2$ sous forme $a + \sqrt{b}$, avec a et b entiers.
	✓			1	4. Écrire le nombre $\frac{2}{\sqrt[3]{5}}$ sous forme d'un quotient avec un dénominateur entier.

1. $10\pi \approx 31,4$. Donc, l'écriture scientifique de 10π à 1 chiffre après la virgule est $\boxed{3,1 \times 10^1}$.

2. $\sqrt[3]{x^7} = (x^7)^{\frac{1}{3}}$.

3. $(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 = \sqrt{2}^2 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} + \sqrt{5}^2 = 2 + 2\sqrt{10} + 5 = 7 + \sqrt{4}\sqrt{10} = \boxed{7 + \sqrt{40}}$.

4. $\frac{2}{\sqrt[3]{5}} = \frac{2}{5^{\frac{1}{3}}} = \frac{2 \times 5^{\frac{2}{3}}}{5^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}}} = \frac{2 \times 5^{\frac{2}{3}}}{5}$.

Exercice 2**2 points**

	✓			1	1. Résoudre $x^3 = -8$.
	✓			1	2. Résoudre $x^2 = 16$.

1. $\boxed{-2}$ est l'unique solution de $x^3 = -8$.

2. $\boxed{4 \text{ et } -4}$ sont les deux solutions de $x^2 = 16$.

Exercice 4**2 points**

✓				1	1. Exprimez, en mètres, en notation scientifique, 1,5 pm et 0,017 Gm.
	✓			1	2. Simplifiez au plus possible l'expression $\frac{69a^{14} \cdot 30b^{-7}}{12a^8 \cdot 46b^{-16}}$.

1. $1,5 \text{ pm} = \boxed{1,5 \times 10^{-12} \text{ m}}$.

$0,017 \text{ Gm} = 0,017 \times 10^9 \text{ m} = \boxed{1,7 \times 10^7 \text{ m}}$.

2. $\frac{69a^{14} \cdot 30b^{-7}}{12a^8 \cdot 46b^{-16}} = \frac{69\cancel{a^8} \cdot a^6 \cdot 30b^{-7}}{12\cancel{a^8} \cdot 46b^{-16}} = \frac{69a^6 \cdot 30b^{-7} \cdot b^{16}}{12 \cdot 46b^{-16} \cdot b^{16}} = \frac{69a^6 \cdot 30b^9}{12 \cdot 46} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{23}a^6 \cdot \cancel{2} \times 15b^9}{\cancel{3} \times 4 \cdot \cancel{2} \times \cancel{23}} = \frac{a^6 \cdot 15b^9}{4} = \frac{\boxed{15a^6b^9}}{4}$.

Connaissances	Méthodes	Résolution	Interprétation	Barème	Chaque question est annotée à gauche avec le nombre de points et les compétences évaluées.

Exercice 3

4 points

					1. Lorsque l'on monte deux résistances R_1 (en Ω) et R_2 (en Ω) en parallèle, la résistance équivalente R_c (en Ω) vérifie l'égalité suivante :
					$\frac{1}{R_c} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
	✓		✓	1	(a) Si l'on monte en parallèle deux résistances de valeurs 50 Ω et 100 Ω , quelle est la résistance équivalente ?
		✓		1	(b) Exprimer R_c en fonction des deux autres résistances à l'aide d'exposants, sans utiliser de quotients.
					2. La loi de Pouillet met en relation, pour un conducteur cylindrique, la résistance R (en Ω), la résistivité ρ (en Ωm), la longueur L (en m) et la section S (en m^2) :
					$R = \frac{\rho \cdot L}{S}$
		✓	✓	1	(a) Estimez la résistance contenue dans un cylindre de longueur 2 cm et de rayon 1 mm, si la résistivité est de 50 $\text{M}\Omega\text{m}$. On pourra prendre comme valeur approchée $\pi \approx 3$.
		✓		1	(b) Exprimer la section en fonction des trois autres données.

1. (a) On a $R_1 = 50$ et $R_2 = 100$, donc : $\frac{1}{R_c} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{50} + \frac{1}{100} = \frac{2}{100} + \frac{1}{100} = \frac{3}{100}$. Ainsi, $R_c = \frac{100}{3}$.

(b) $R_c = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{R_1^{-1} + R_2^{-1}} = \boxed{(R_1^{-1} + R_2^{-1})^{-1}}$.

2. (a) La section d'un cylindre est l'aire du disque associé. Ici, avec un cylindre de rayon 1 mm, la section (en m^2) est donc de $\pi (10^{-3})^2 = \pi 10^{-6} \approx 3 \times 10^{-6}$.

On calcule maintenant $R \approx \frac{50 \times 10^6 \times 2 \times 10^{-2}}{3 \times 10^{-6}} = \frac{100 \times 10^4}{3 \times 10^{-6}} = \frac{100}{3} \times 10^{10} \approx \boxed{330 \text{ G}\Omega}$.

La valeur obtenue est gigantesque (comme l'indique son préfixe), et doit vous paraître comme telle (une réponse qui dit « j'ai dû me tromper » est donc tout à fait légitime). En vérité, pour donner quelques exemples, à 20°C, la résistivité du cuivre est de $17,24 \times 10^{-9} \Omega\text{m}$ et celle de l'aluminium est de $28,26 \times 10^{-9} \Omega\text{m}$. Ce qui donne alors des valeurs bien plus logiques de résistance.

(b)
$$\begin{aligned} R &= \frac{\rho \cdot L}{S} \\ SR &= \rho \cdot L && \left. \begin{array}{l} \times S \\ \div R \end{array} \right\} \\ S &= \boxed{\frac{\rho \cdot L}{R}} \end{aligned}$$

Exercice 5 — BONUS

	✓			On donne $V = \pi f^2 \left(R - \frac{f}{3} \right)$. Exprimez R en fonction de V et f .
--	---	--	--	--

$$\begin{aligned} V &= \pi f^2 \left(R - \frac{f}{3} \right) \\ \frac{V}{\pi f^2} &= R - \frac{f}{3} && \left. \begin{array}{l} \div (\pi f^2) \\ + \frac{f}{3} \end{array} \right\} \\ \boxed{\frac{V}{\pi f^2} + \frac{f}{3}} &= R \end{aligned}$$