

Connaissances	Méthodes	Résolution	Interprétation	Barème	<p>On accordera une attention particulière, à ce devoir comme à tous les autres, à l'orthographe, la présentation et la rédaction des réponses (ce qui inclut l'obligation de justifier). Sur le total, <u>1 point</u> est dévolu à cela.</p> <p>Chaque question est annotée à gauche avec le nombre de points et les compétences évaluées.</p>
---------------	----------	------------	----------------	--------	---

**Exercice 1**

**4 points**

✓	✓			1	1. Donner l'écriture scientifique de $10\pi$ à 1 chiffre après la virgule.
✓				1	2. Écrire l'expression $\sqrt[3]{x^7}$ sans utiliser de racine.
	✓			1	3. Écrire le nombre $(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2$ sous forme $a + \sqrt{b}$ , avec $a$ et $b$ entiers.
	✓			1	4. Écrire le nombre $\frac{2}{\sqrt[3]{5}}$ sous forme d'un quotient avec un dénominateur entier.

1.  $10\pi \approx 31,4$ . Donc, l'écriture scientifique de  $10\pi$  à 1 chiffre après la virgule est  $\boxed{3,1 \times 10^1}$ .

2.  $\sqrt[3]{x^7} = (x^7)^{\frac{1}{3}}$ .

3.  $(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 = \sqrt{2}^2 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} + \sqrt{5}^2 = 2 + 2\sqrt{10} + 5 = 7 + \sqrt{4}\sqrt{10} = \boxed{7 + \sqrt{40}}$ .

4.  $\frac{2}{\sqrt[3]{5}} = \frac{2}{5^{\frac{1}{3}}} = \frac{2 \times 5^{\frac{2}{3}}}{5^{\frac{1}{3} \times 5^{\frac{2}{3}}}} = \frac{2 \times 5^{\frac{2}{3}}}{5}$ .

**Exercice 2**

**2 points**

	✓			1	1. Résoudre $x^3 = -8$ .
	✓			1	2. Résoudre $x^2 = 16$ .

1.  $\boxed{-2}$  est l'unique solution de  $x^3 = -8$ .

2.  $\boxed{4 \text{ et } -4}$  sont les deux solutions de  $x^2 = 16$ .

**Exercice 4**

**2 points**

✓				1	1. Exprimez, en mètres, en notation scientifique, 1,5 pm et 0,017 Gm.
	✓			1	2. Simplifiez au plus possible l'expression $\frac{69a^{14} \cdot 30b^{-7}}{12a^8 \cdot 46b^{-16}}$ .

1.  $1,5 \text{ pm} = \boxed{1,5 \times 10^{-12} \text{ m}}$ .

$0,017 \text{ Gm} = 0,017 \times 10^9 \text{ m} = \boxed{1,7 \times 10^7 \text{ m}}$ .

2.  $\frac{69a^{14} \cdot 30b^{-7}}{12a^8 \cdot 46b^{-16}} = \frac{69\cancel{a^8} \cdot a^6 \cdot 30b^{-7}}{12\cancel{a^8} \cdot 46b^{-16}} = \frac{69a^6 \cdot 30b^{-7} \cdot b^{16}}{12 \cdot 46b^{-16} \cdot b^{16}} = \frac{69a^6 \cdot 30b^9}{12 \cdot 46} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{23}a^6 \cdot \cancel{2} \times 15b^9}{\cancel{3} \times 4 \cdot \cancel{2} \times \cancel{23}} = \frac{a^6 \cdot 15b^9}{4} = \frac{\boxed{15a^6b^9}}{4}$ .

Connaissances	Méthodes	Résolution	Interprétation	Barème	Chaque question est annotée à gauche avec le nombre de points et les compétences évaluées.

### Exercice 3

4 points

					1. Lorsque l'on monte deux résistances $R_1$ (en $\Omega$ ) et $R_2$ (en $\Omega$ ) en parallèle, la résistance équivalente $R_c$ (en $\Omega$ ) vérifie l'égalité suivante :
					$\frac{1}{R_c} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
	✓		✓	1	(a) Si l'on monte en parallèle deux résistances de valeurs 50 $\Omega$ et 100 $\Omega$ , quelle est la résistance équivalente ?
		✓		1	(b) Exprimer $R_c$ en fonction des deux autres résistances à l'aide d'exposants, sans utiliser de quotients.
					2. La loi de Pouillet met en relation, pour un conducteur cylindrique, la résistance $R$ (en $\Omega$ ), la résistivité $\rho$ (en $\Omega\text{m}$ ), la longueur $L$ (en m) et la section $S$ (en $\text{m}^2$ ) :
					$R = \frac{\rho \cdot L}{S}$
		✓	✓	1	(a) Estimez la résistance contenue dans un cylindre de longueur 2 cm et de rayon 1 mm, si la résistivité est de 50 $\text{M}\Omega\text{m}$ . On pourra prendre comme valeur approchée $\pi \approx 3$ .
		✓		1	(b) Exprimer la section en fonction des trois autres données.

1. (a) On a  $R_1 = 50$  et  $R_2 = 100$ , donc :  $\frac{1}{R_c} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{50} + \frac{1}{100} = \frac{2}{100} + \frac{1}{100} = \frac{3}{100}$ . Ainsi,  $R_c = \frac{100}{3}$ .

(b)  $R_c = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{R_1^{-1} + R_2^{-1}} = \boxed{(R_1^{-1} + R_2^{-1})^{-1}}$ .

2. (a) La section d'un cylindre est l'aire du disque associé. Ici, avec un cylindre de rayon 1 mm, la section (en  $\text{m}^2$ ) est donc de  $\pi (10^{-3})^2 = \pi 10^{-6} \approx 3 \times 10^{-6}$ .

On calcule maintenant  $R \approx \frac{50 \times 10^6 \times 2 \times 10^{-2}}{3 \times 10^{-6}} = \frac{100 \times 10^4}{3 \times 10^{-6}} = \frac{100}{3} \times 10^{10} \approx \boxed{330 \text{ G}\Omega}$ .

La valeur obtenue est gigantesque (comme l'indique son préfixe), et doit vous paraître comme telle (une réponse qui dit « j'ai dû me tromper » est donc tout à fait légitime). En vérité, pour donner quelques exemples, à 20°C, la résistivité du cuivre est de  $17,24 \times 10^{-9} \Omega\text{m}$  et celle de l'aluminium est de  $28,26 \times 10^{-9} \Omega\text{m}$ . Ce qui donne alors des valeurs bien plus logiques de résistance.

(b)  $R = \frac{\rho \cdot L}{S}$   
 $SR = \rho \cdot L \quad \left. \begin{array}{l} \leftarrow \times S \\ \leftarrow \div R \end{array} \right\}$   
 $S = \boxed{\frac{\rho \cdot L}{R}}$

### Exercice 5 — BONUS

	✓			On donne $V = \pi f^2 \left( R - \frac{f}{3} \right)$ . Exprimez $R$ en fonction de $V$ et $f$ .
--	---	--	--	--

$V = \pi f^2 \left( R - \frac{f}{3} \right)$

$\frac{V}{\pi f^2} = R - \frac{f}{3} \quad \left. \begin{array}{l} \leftarrow \div (\pi f^2) \\ \leftarrow + \frac{f}{3} \end{array} \right\}$

$\boxed{\frac{V}{\pi f^2} + \frac{f}{3}} = R$