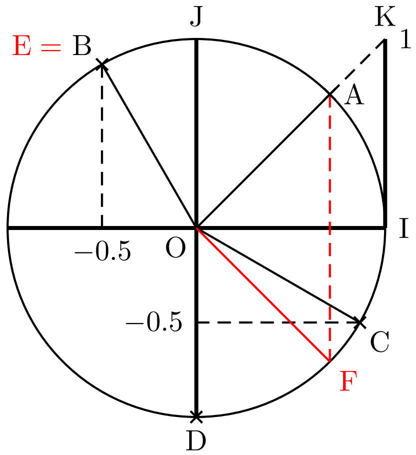
Connaissances	Méthodes	Résolution	Interprétation	Barème	
					On accordera une attention particulière, à ce devoir comme à tous les autres, à l'orthographe, la présentation et la rédaction des réponses (ce qui inclut l'obligation de justifier). Sur le total, <u>1 point</u> est dévolu à cela. Chaque question est annotée à gauche avec le nombre de points et les compétences évaluées.

Exercice 1 — 3 points

✓	✓			2	Ci-contre, on a dessiné le cercle trigonométrique. 1. Pour chaque point dans la liste suivante, donner une valeur de l'angle associé dans $[0; 2\pi[$, puis donner le cosinus, le sinus et la tangente de cet angle (ou expliquer pourquoi la tangente n'existe pas) : (a) A (b) B (c) C (d) D
✓	✓			1	2. Construire sur le cercle le point E associé à l'angle $\dfrac{2\pi}{3}$ radians et le point F associé à l'angle $-45°$. Expliquez votre construction.



1. Les résultats sont consignés dans le tableau après les explications.
   (a) Pour A (angle a), on lit $\tan(a) = 1$.
   (b) Pour B (angle b), on lit $\cos(b) = -0,5$.
   (c) Pour C (angle c), on lit $\sin(c) = -0,5$.
   (d) Pour D (angle d), on lit $\cos(d) = 0$ et $\sin(d) = -1$.

Point	A	B	C	D
Angle x	$\dfrac{\pi}{4}$	$\dfrac{2\pi}{3}$	$\dfrac{11\pi}{6}$ ou $-\dfrac{\pi}{6}$	$\dfrac{3\pi}{2}$ ou $-\dfrac{\pi}{2}$
$\sin(x)$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$-0,5$	-1
$\cos(x)$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$-0,5$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	0
$\tan(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$	1	$-\sqrt{3}$	$-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$	—

2. Le point E associé à l'angle $\dfrac{2\pi}{3}$ radians est donc le même que le point B : aucune construction à rajouter.
   Le point F associé à l'angle $-45°$ est le $\boxed{\text{symétrique du point A par rapport à l'axe des abscisses}}$.

Exercice 2 — 1.5 point

	✓			1.5	Pour chacune des mesures d'angles suivantes, on demande de donner une mesure d'angle équivalente, dans un autre intervalle. 1. $\dfrac{\pi}{3}$ dans $[2\pi; 4\pi[$. 2. $\dfrac{42\pi}{3}$ dans $[-\pi; \pi[$. 3. 0 dans $[227,5\pi; 229,5\pi[$.

1. $\dfrac{\pi}{3}$ est dans $[0; 2\pi[$, donc dans $[2\pi; 4\pi[$, il suffit d'ajouter 2π : une mesure équivalente est $\boxed{2\pi + \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{7\pi}{3}}$.
2. $\dfrac{42\pi}{3} = \dfrac{7 \times 6\pi}{3} = 7 \times 2\pi$. Donc une mesure équivalente de cet angle dans $[-\pi; \pi[$ est $\boxed{0}$.
3. Le multiple de 2π qui est dans $[227,5\pi; 229,5\pi[$ est $\boxed{228\pi}$, c'est donc une mesure équivalente à 0 dans cet intervalle.

Exercice 3 **1 point**

	✓			1	Soit un angle $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right[$. On connaît $\cos(x) = 0,1$. Que peut valoir $\sin(x)$?

On utilise tout d'abord la formule $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$. Puisque $\cos(x) = 0,1$, il vient :

$$\begin{aligned} 0,1^2 + \sin^2(x) &= 1 & \\ 0,01 + \sin^2(x) &= 1 & \text{Calcul} \\ \sin^2(x) &= 0,99 & -0,01 \\ \sin(x) &= \pm\sqrt{0,99} & \text{Résolution} \end{aligned}$$

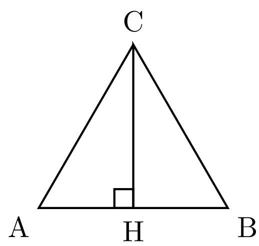
Or, on sait que $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right[$, et dans ce quart de cercle, les sinus sont positifs. Ainsi, $\boxed{\sin(x) = \sqrt{0,99}}$.

Exercice 4 **3.5 points**

	✓			0.5	1. Pour un angle x, exprimer $\cos(x)$ en fonction de $\sin(x)$ et $\tan(x)$.
	✓			1	2. Une mesure de l'angle θ est de 10 degrés. Donner une mesure de θ en radians.
	✓			1	3. On donne la formule $\cos^2(a) = \frac{1}{2}(1+\cos(2a))$. Exprimer $\cos(2a)$ en fonction de $\cos(a)$.
		✓	✓	1	4. On se place dans un triangle équilatéral ABC. Exprimer la hauteur du triangle en fonction du côté de ce triangle.

1. On part de $\tan(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$. De chaque côté, on multiplie par $\cos(x)$ puis on divise par $\tan(x)$, on obtient $\boxed{\cos(x) = \dfrac{\sin(x)}{\tan(x)}}$.
2. Les radians et les degrés sont proportionnels, et on sait que 2π radians valent 360 degrés, donc pour 10 degrés, cela donne $\dfrac{10 \times 2\pi}{360} = \boxed{\dfrac{\pi}{18} \text{ radians}}$.
3. On transforme la formule comme en 1) :

$$\begin{aligned} \cos^2(a) &= \frac{1}{2}(1+\cos(2a)) & \\ 2\cos^2(a) &= 1+\cos(2a) & \times 2 \\ \boxed{2\cos^2(a) - 1} &= \cos(2a) & -1 \end{aligned}$$



4. Dans un triangle équilatéral ABC, si on note H le pied de la hauteur issue de A, on obtient le dessin ci-contre. Du coup on doit exprimer la hauteur $h = \text{CH}$ en fonction du côté $c = \text{AB} = \text{AC} = \text{BC}$. On peut se placer dans le triangle ACH rectangle en H :

- le théorème de Pythagore donne : $\text{AC}^2 = \text{AH}^2 + \text{CH}^2$ soit $c^2 = \left(\dfrac{c}{2}\right)^2 + h^2$ donc $c^2 = \dfrac{c^2}{4} + h^2$ donc en isolant h^2 il vient $\dfrac{3c^2}{4} = h^2$ soit $h = \sqrt{\dfrac{3c^2}{4}} = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}c}{2}}$ car h et c sont positifs.
- on peut utiliser la trigonométrie sachant que $\widehat{\text{CAH}} = 60°$: $\sin(60°) = \dfrac{\text{CH}}{\text{AC}} = \dfrac{h}{c}$, soit $\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{h}{c}$ donc $\boxed{\dfrac{\sqrt{3}c}{2}}$.

Exercice 5 — BONUS

			✓	✓	On cherche la valeur maximale de la fonction f définie par $f(x) = \cos(x) + \sin(x)$. 1. Parmi les angles « remarquables » $\left(\text{les angles } 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$, quel est l'angle a pour lequel la valeur $f(a)$ est la plus grande ? 2. Donnez une valeur M pour laquelle vous êtes certains que $f(x)$ est toujours inférieure à M. Justifier.

1. On remplit le tableau de valeurs. $\sqrt{2} \approx 1,4$ (car $14^2 = 196$ donc $1,4^2 = 1,96$) et $\sqrt{3} \approx 1,7$ (car $17^2 = 289$ donc $1,7^2 = 2,89$) donc $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2} \approx 1,35$ donc la plus grande valeur est $\boxed{\sqrt{2}}$.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$f(x)$	$1+0=1$	$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$	$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$	$0+1=1$

2. On est certains que $f(x)$ est toujours $\boxed{\text{plus petite que 2}}$ car $\cos(x)$ est toujours inférieur à 1 et $\sin(x)$ aussi, donc la somme est toujours inférieure à 2.