

Connaissances	Méthodes	Résolution	Interprétation	Barème	
					On accordera une attention particulière, à ce devoir comme à tous les autres, à l'orthographe, la présentation et la rédaction des réponses (ce qui inclut l'obligation de justifier). Sur le total, <u>1 point</u> est dévolu à cela. Chaque question est annotée à gauche avec le nombre de points et les compétences évaluées.

Exercice 1**3 points**

Connaissances	Méthodes	Résolution	Interprétation	Barème	
✓	✓			1	1. Combien valait une action Fablab le 1er novembre 2022 ?
✓	✓			1	2. Exprimer la valeur $v(t)$ d'une action Fablab, t mois après votre achat.
		✓	✓	1	3. À partir de quel mois Zoe pourra-t-elle revendre son action Fablab et dégager suffisamment de bénéfice pour rembourser sa Numworks perdue ?

- On peut calculer mois par mois la valeur d'une action Fablab. On démarre à 200€ le 1er septembre, donc le 1er octobre la valeur a augmenté de 8%, c'est-à-dire a été multipliée par 1,08, pour atteindre un prix, en euros, de $200 \times 1,08 = 216$. Puis le 1er novembre la valeur a encore été multipliée par 1,08 pour atteindre un prix, en euros, de $216 \times 1,08 = \boxed{233,28}$.
- D'un mois au suivant, la valeur d'une action Fablab est multipliée par 1,08. Au bout d'un mois on a vu que cela donnait $200 \times 1,08$, au bout de deux mois $200 \times 1,08 \times 1,08 = 200 \times 1,08^2$, ..., et donc au bout de t mois, $v(t) = \boxed{200 \times 1,08^t}$.
- Cela dépend bien sûr du prix auquel Zoe achète une Numworks. Si on utilise le prix conseillé de 80€, il faut donc que le bénéfice soit de 80€. Il faut donc que le prix de l'action Fablab soit supérieur ou égal à 280€. On doit donc résoudre :

$$200 \times 1,08^t = 280$$

La calculatrice nous donne $x1 \approx 4,371981$, donc il faut attendre au moins 5 mois, c'est-à-dire le $\boxed{1er\ février\ 2023}$.

Exercice 2**5 points**

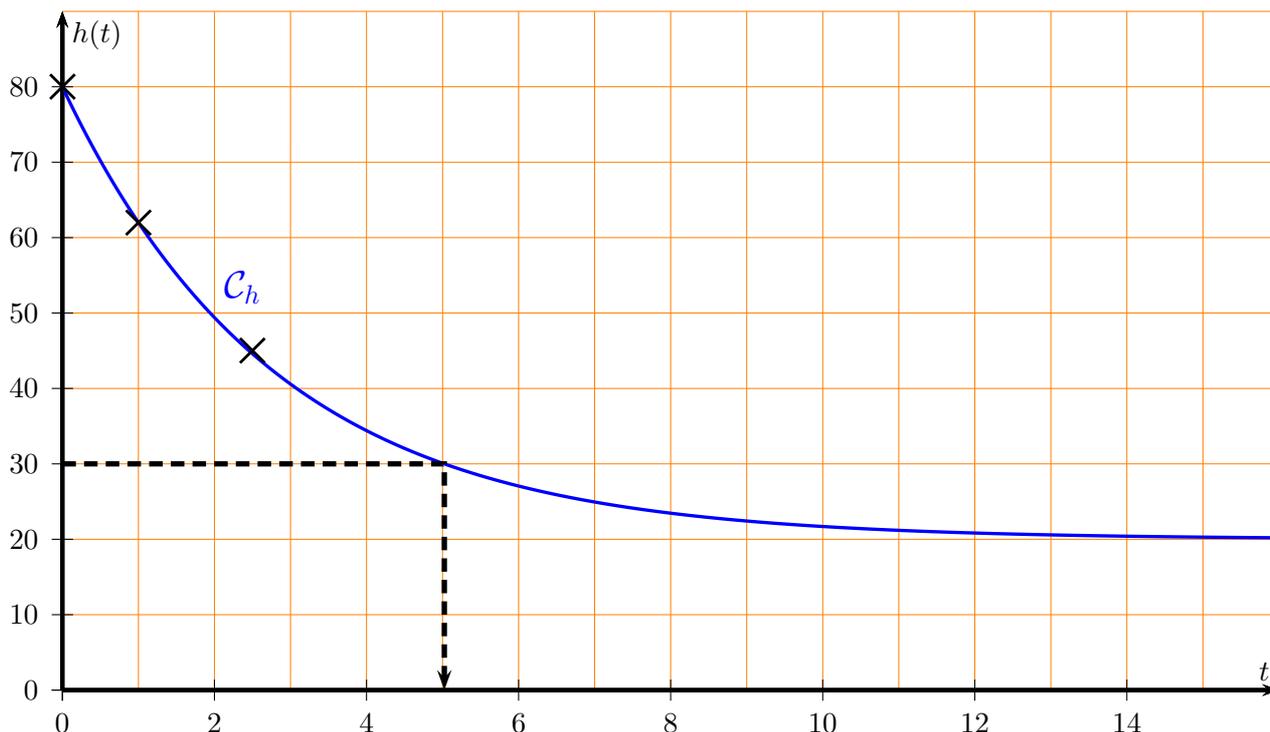
Connaissances	Méthodes	Résolution	Interprétation	Barème	
					Dans une pièce où la température est de 20°C se trouve une cafetière à dosettes. L'eau est d'abord bouillie à 100°C, puis passe à travers un percolateur pour être transformée en café. La température d'un café dans cette pièce est donnée par la fonction h définie ci-dessous :
					$h(t) = 20 + 60 \cdot 0,7^t \quad \text{pour } t \geq 0$
					où t est le temps en minutes depuis que le café est servi et $h(t)$ la température du café en degrés Celsius.
					Les dosettes sont achetées en ligne, avec des frais de livraison fixes quelle que soit la quantité de dosettes achetées. Le prix d'un lot de 150 dosettes est égal aux frais de livraison.
✓	✓			1	1. Calculer la température du café (si nécessaire, on arrondira au degré près) :
					(a) au moment où il est servi
					(b) après 1 minute
					(c) après 150 secondes
✓	✓			2	2. Esquisser le graphique de h sur le premier quart d'heure.
	✓	✓		1	3. Au bout de combien de temps le café atteint-il 30°C ? On donnera une valeur arrondie à la seconde près. BONUS : Donner également la valeur exacte de cette durée.
			✓	1	4. On achète 600 dosettes. Quel est le pourcentage des frais de livraison sur la facture totale ?

1. À l'aide de $h(t) = 20 + 60 \cdot 0,7^t$ on calcule :

- (a) $h(0) = 20 + 60 \cdot 0,7^0 = 20 + 60 \cdot 1 = 20 + 60 = 80$. La température du café au moment où il est servi est de $\boxed{80^\circ\text{C}}$.
- (b) $h(1) = 20 + 60 \cdot 0,7^1 = 20 + 60 \cdot 0,7 = 20 + 42 = 62$. La température du café au bout d'une minute est de $\boxed{62^\circ\text{C}}$.
- (c) 150 secondes correspondent à 2,5 minutes. $h(2,5) = 20 + 60 \cdot 0,7^{2,5} \approx 44,6$. La température du café au bout de 150 secondes est d'environ $\boxed{45^\circ\text{C}}$.

2. Le premier quart d'heure, cela fait 15 minutes. On a déjà 3 valeurs : c'est un minimum de placer les 3 points associés et de faire passer la courbe par eux, vu qu'on vient d'effectuer les calculs!), on en calcule quelques autres avant de tracer (j'ai pris 1 cm pour 1 minute en abscisse et 1 cm pour 10°C en ordonnées) :

t	0	1	2,5	4	5	7	9	11	13	15
$h(t)$	80	62	44,6	34,4	30,1	24,9	22,4	21,2	20,6	20,3



3. On lit graphiquement que c'est environ autour de la 5e minute, ou alors on résout $20 + 60 \cdot 0,7^t = 30$ et la calculatrice nous donne $x_1 \approx 5,023508$. Cela donne donc 5 minutes plus $0,023508$ minute ce qui fait $5,023508 \times 60 \approx 1,41048$ seconde. C'est donc $\boxed{\text{au bout de 5 minutes et 1 seconde}}$.

BONUS : Il faut donc résoudre $h(t) = 30$.

$$20 + 60 \cdot 0,7^t = 30$$

$$60 \cdot 0,7^t = 10$$

$$0,7^t = \frac{10}{60}$$

$$0,7^t = \frac{1}{6}$$

$$t = \boxed{\log_{0,7} \left(\frac{1}{6} \right)}$$

$\left. \begin{array}{l} -20 \\ \div 60 \\ \text{Simplification de la fraction} \\ \text{Utilisation du logarithme} \end{array} \right\}$

La solution exacte est donc $\log_{0,7} \left(\frac{1}{6} \right)$, qu'on peut aussi écrire, peut-être plus simplement, $-\log_{0,7} (6)$.

4. L'énoncé nous dit que chaque lot de 150 dosettes coûte autant que les frais de port, frais qui sont fixes quelle que soit la quantité de dosettes commandée. Si on achète 600 dosettes, on achète donc 4 lots, et le coût total sera celui de 5 lots (car les frais coûtent autant qu'un lot). Le pourcentage des frais de livraison sur la facture totale est donc de $\frac{1}{5}$ soit $\boxed{20\%}$.

