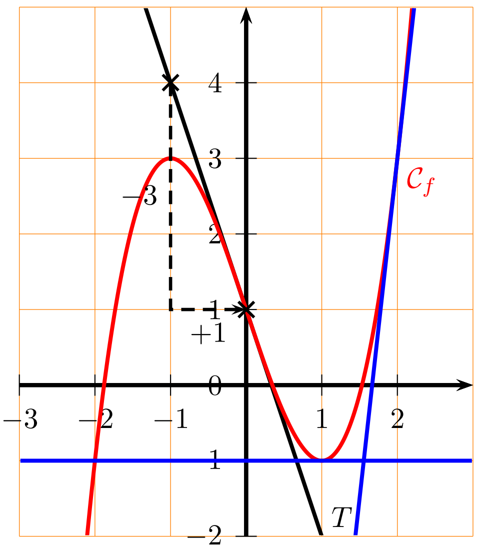
Connaissances	Méthodes	Résolution	Interprétation	Barème	
					On accordera une attention particulière, à ce devoir comme à tous les autres, à l'orthographe, la présentation et la rédaction des réponses (ce qui inclut l'obligation de justifier). Sur le total, 1 point est dévolu à cela. Chaque question est annotée à gauche avec le nombre de points et les compétences évaluées.

Exercice 1 **4 points**

					On définit la fonction f par la courbe ci-contre. On a tracé la tangente T à $\mathcal{C}_f$ au point $(0;1)$.
	✓			0.5	1. Lire graphiquement $f(0)$.
✓				0.5	2. (a) Que représente graphiquement $f'(0)$?
	✓			0.5	(b) Déterminer $f'(0)$.
✓				0.5	3. (a) Pour une fonction f et un nombre a quelconques, rappeler la formule qui donne l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a.
	✓			1	(b) Déterminer une équation de T, puis simplifier cette équation.
	✓			1	4. Esquissez les tangentes à $\mathcal{C}_f$: (a) au point d'abscisse 1 (b) au point d'abscisse 2



1. On lit $\boxed{f(0)=1}$ (la courbe passe par le point $(0;1)$).
2. (a) $f'(0)$ représente la pente de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0. Ici, c'est donc $\boxed{\text{la pente de } T}$.
   (b) On lit graphiquement $\boxed{f'(0)=-3}$ (la tangente T au point d'abscisse 0 a un coefficient directeur de -3, voir pointillés : pour aller du point $(-1;4)$ au point $(0;1)$ on se déplace de $\Delta x = 1$ et $\Delta y = -3$ d'où le coefficient directeur -3).
3. (a) Pour une fonction f et un nombre a quelconques, la formule qui donne l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a est $\boxed{y = f'(a)\times(x-a)+f(a)}$.
   (b) Ici, il s'agit d'appliquer la formule avec $a=0$, c'est-à-dire $y = f'(0)\times(x-0)+f(0)$. La formule donne directement l'équation $\boxed{y=-3x+1}$ (elle est déjà réduite !). Sinon, on pouvait aussi lire graphiquement que l'ordonnée à l'origine de T vaut 1.
4. Voir courbe : la tangente en 1 est clairement horizontale, l'autre ne pouvait être tracée qu'approximativement.

Exercice 2 **3 points**

					Une entreprise fabrique un produit chimique. Le bénéfice pour la production et la vente de x litres, en centaines d'euros, est donné par la fonction B définie sur $I = [1;50]$ par $$B(x) = -0,4x^2 + 21x - 200$$
✓	✓			1	1. Calculer $B'(x)$.
	✓			1	2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction B' est-elle positive ? Sur quel(s) intervalle(s) la fonction B' est-elle négative ? Pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on $B'(x) = 0$?
		✓	✓	1	3. Quel est le bénéfice maximal de cette entreprise ? Combien de litres doivent être produits et vendus pour atteindre ce bénéfice ?

1. On calcule la dérivée :
   $B(x) = -0,4 \times x^2 + 21 \times x - 200.$

   $B'(x) = -0,4 \times 2x + 21 \times 1 - 0.$

   $\boxed{B'(x) = -0,8x + 21}$.

   (on peut vérifier à la calculatrice en tapant dans l'outil Grapheur d'une part $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(f(x))|_{x=x}$ et d'autre part la fonction que l'on vient de trouver, il faut que cela donne le même graphique)
2. B' est une fonction du 1er degré. Pour trouver là où B' est positive, on peut résoudre à la main $B'(x) \geq 0$:
   $$\begin{aligned} -0,8x + 21 &\geq 0 \\ 21 &\geq 0,8x && \text{On ajoute } 0,8x \text{ de chaque côté} \\ 26,25 &\geq x && \text{On divise par } 0,8 \text{ de chaque côté} \end{aligned}$$
   On trouve donc que B' est positive là où x est plus petit que $26,25$, c'est-à-dire sur $\boxed{[1;26,25]}$. Du coup B' est négative de l'autre côté, donc sur $\boxed{[26,25;50]}$. Et enfin de manière similaire, $B'(x) = 0$ pour $\boxed{x = 26,25}$.
   (on peut vérifier à la calculatrice l'endroit où B' est nulle en tapant dans l'outil Equations $-0,8x + 21 = 0$)
3. Pour résoudre cette question, on peut utiliser la question 2) et écrire le tableau de variations de B. Sur le tableau suivant, on a calculé les valeurs de $B(x)$ aux extrémités de toutes les flèches ($B(1)$, $B(26,25)$ et $B(50)$).

x	1		$26,25$		50
Signe de $B'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de $B(x)$	$-179,4$	↗	$75,625$	↘	-150

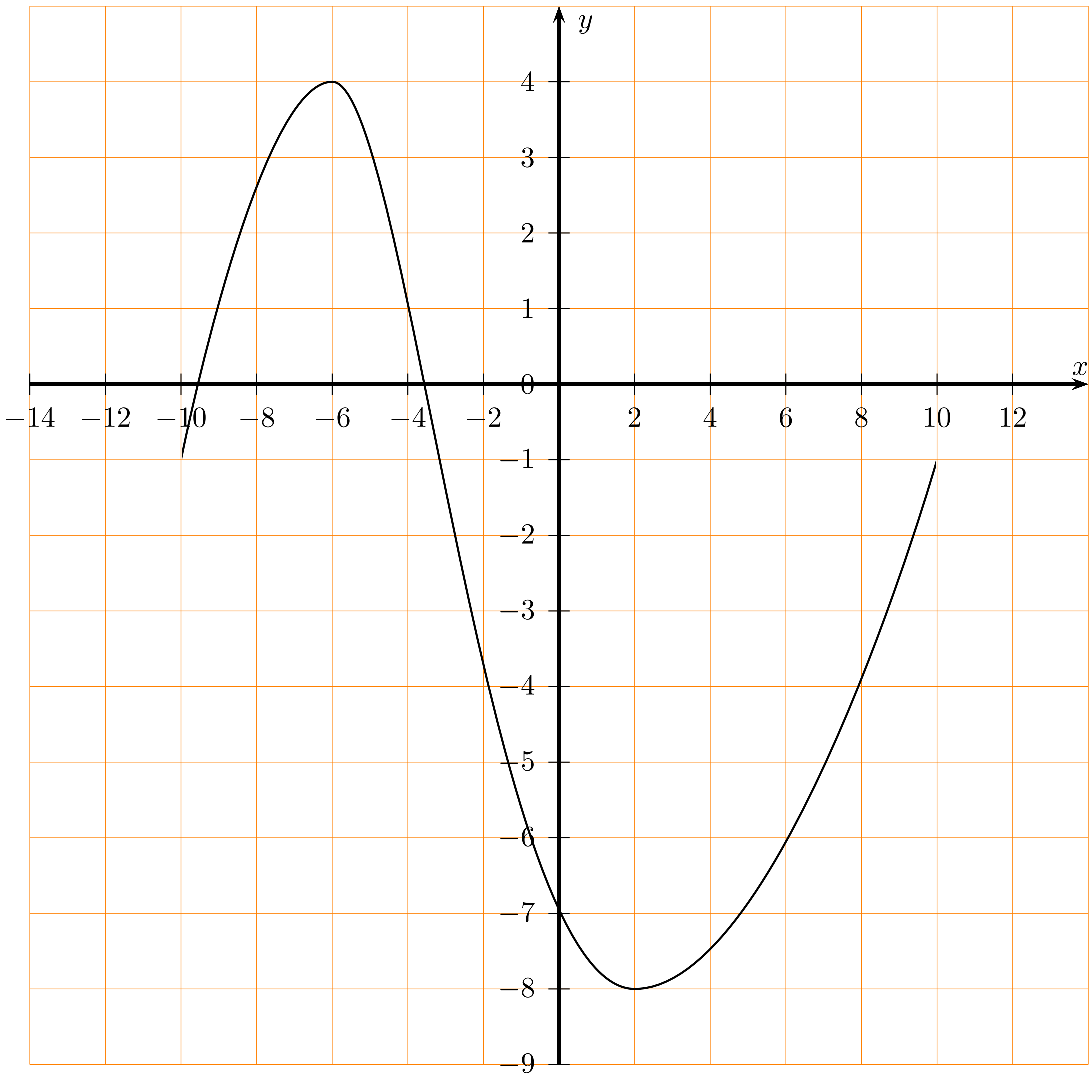
   On lit dans le tableau que $x = 26,25$ pour que $B(x)$ soit maximal, donc la quantité à produire pour que le bénéfice soit maximal est de $\boxed{26,25 \text{ litres}}$. La plus grosse valeur de B est alors $75,625$, ce qui donne un bénéfice de $\boxed{7\ 562,5€}$.

Exercice 3 **1 point**

					On considère une fonction g, dérivable, dont on donne le tableau de variations ci-dessous.
		✓		1	Esquisser un graphique possible pour g pour x dans $[-10; 10]$.

x	$-\infty$		-6		2		$+\infty$
Variations de $g(x)$	-3	$\nearrow$	4	$\searrow$	-8	$\nearrow$	2

On doit aller de $x = -10$ à 10 donc on peut prendre 1cm $\Leftrightarrow$ 2 sur l'axe des x ; on doit aller de $y = -8$ à 4 on peut prendre 1cm $\Leftrightarrow$ 1 sur l'axe des y.



Exercice 4 **1 point**

					On donne la fonction h définie par $$h(x) = 2x \cdot (x+1)$$
	✓	✓		1	Calculer $h'(x)$.

1. On ne peut pas dériver directement $h(x)$ car on ne sait pas dériver le produit de deux fonctions. Il faut d'abord transformer $h(x)$ en somme de termes qu'on sait dériver. On va donc développer $h(x) = 2x \cdot (x+1) = 2x^2 + 2x$. On peut maintenant dériver :

   $h(x) = 2 \times x^2 + 2 \times x.$

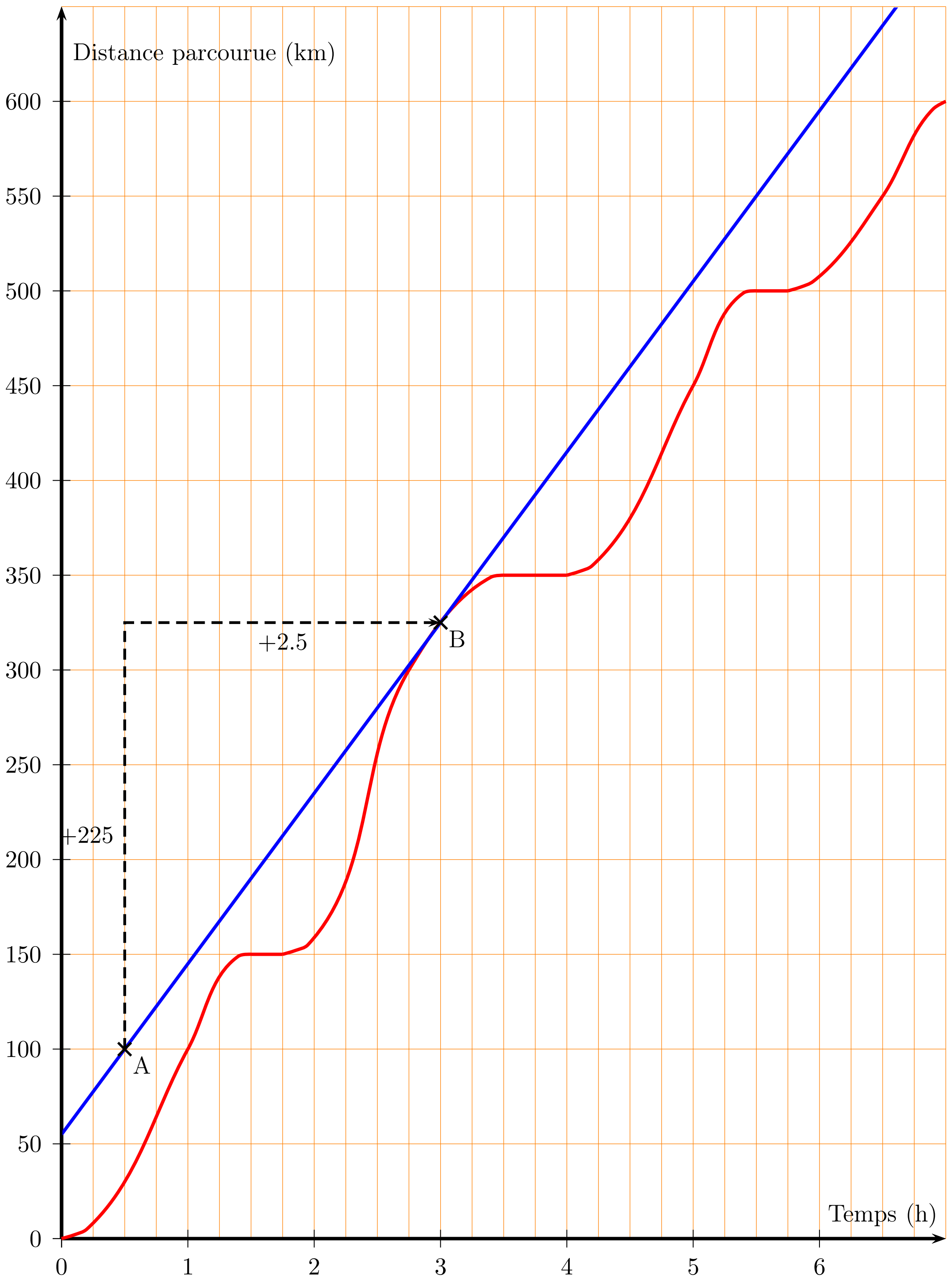
   $h'(x) = 2 \times 2x + 2 \times 1.$

   $\boxed{h'(x) = 4x + 2}$.

Exercice 5 — BONUS

Le graphique suivant indique la distance parcourue par un vacancier.

1. Quelle est sa vitesse moyenne sur les 4 premières heures du trajet ?
2. Quelle est sa vitesse instantanée 3h après le départ ?



Sur le graphique, je montre les données qui nous intéressent pour les deux questions.

1. On lit que pendant les 4 premières heures du trajet il a parcouru 350 km. Donc, sa vitesse moyenne, en km/h, a été de $\frac{350}{4} = \boxed{87,5}$.
2. Pour avoir sa vitesse instantanée 3h après le départ, on va tracer la tangente à la courbe à $t = 3$ et on va lire le coefficient directeur. Voir pointillés : pour aller du point A au point B (sur la tangente) on se déplace de $\Delta x = 2,5$ et $\Delta y = 225$ d'où le coefficient directeur $\frac{225}{2,5} = 90$. La vitesse instantanée est d'environ $\boxed{90 \text{ km/h}}$.