

Exercice 1 — Fonctions de retouche

Une image numérique en noir et blanc est composée de petits carrés (pixels) dont la couleur va du blanc au noir en passant par toutes les nuances de gris. Chaque nuance est codée par un réel x de la façon suivante :

- $x = 0$ pour le blanc ;
- $x = 1$ pour le noir ;
- $x = 0,01$; $x = 0,02$ et ainsi de suite jusqu'à $x = 0,99$ par pas de $0,01$ pour toutes les nuances intermédiaires (du clair au foncé).

L'image A, ci-après, est composée de quatre pixels et donne un échantillon de ces nuances avec leurs codes. Un logiciel de retouche d'image utilise des fonctions numériques dites « fonctions de retouche ».

Une fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 1]$ est dite « fonction de retouche » si elle possède les trois propriétés suivantes :

- $f(0) = 0$;
- $f(1) = 1$;
- f est croissante sur l'intervalle $[0 ; 1]$.

Une nuance codée x est dite assombrie par la fonction f si $f(x) > x$, et éclaircie, si $f(x) < x$.

Ainsi, si $f(x) = x^2$, un pixel de nuance codée $0,2$ prendra la nuance codée $0,2^2 = 0,04$. L'image A sera transformée en l'image B ci-dessous.

Si $f(x) = \sqrt{x}$, la nuance codée $0,2$ prendra la nuance codée $\sqrt{0,2} \approx 0,45$. L'image A sera transformée en l'image C ci-dessous.

0,20	0,40
0,60	0,80

Image A

0,04	0,16
0,36	0,64

Image B

0,45	0,63
0,77	0,89

Image C

On considère maintenant la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 1]$ par :

$$f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 3x.$$

1. Remplir le tableau de valeurs de f ci-dessous, puis esquisser la représentation graphique de f .

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$f(x)$											

2. À l'aide du graphique, expliquer pourquoi cette fonction est une fonction de retouche.
3. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq x$, à l'aide du graphique tracé précédemment, en faisant apparaître les pointillés utiles.
Interpréter ce résultat en termes d'éclaircissement ou d'assombrissement.

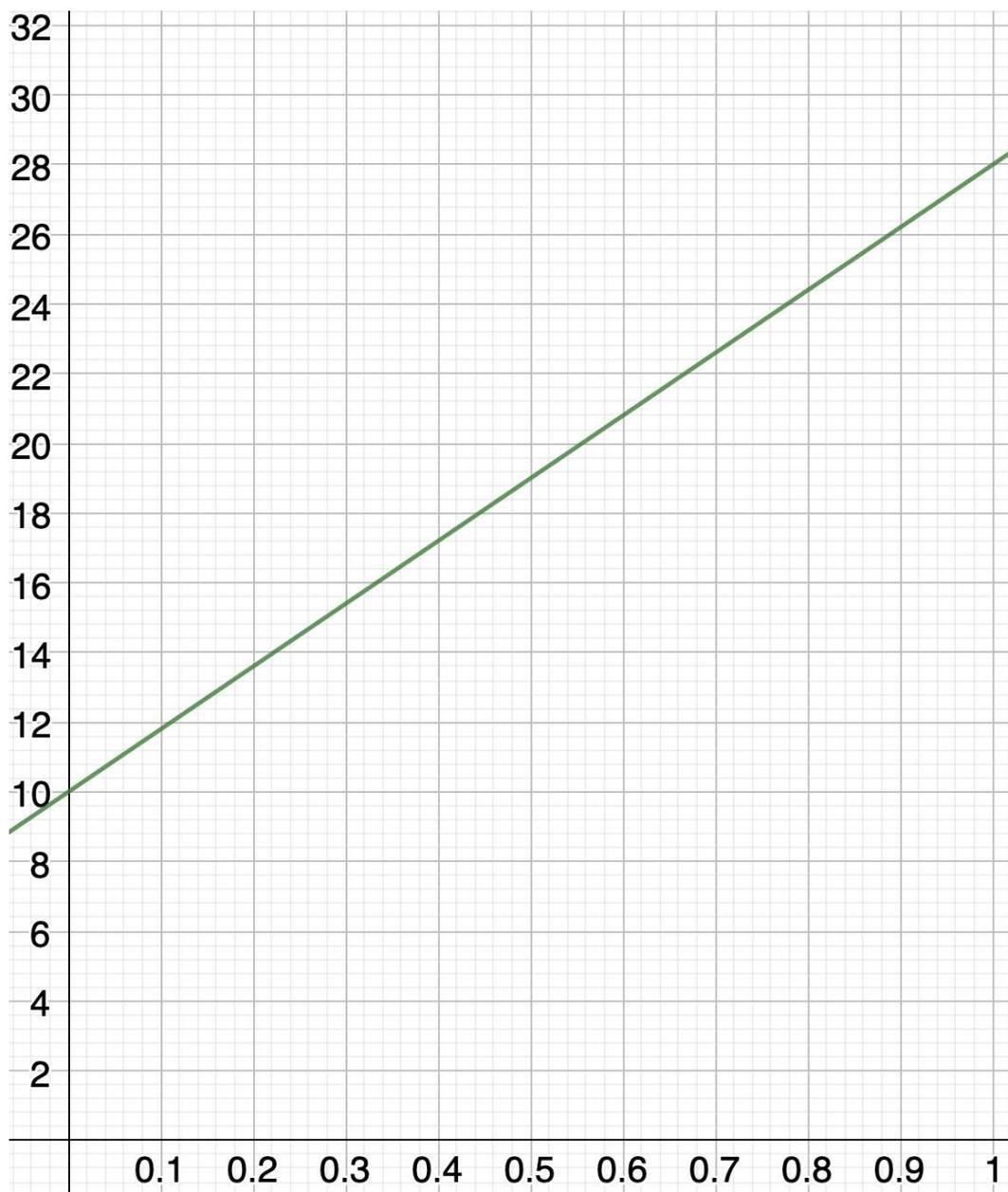
Exercice 2

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{6x + 5}{3x - 4}$.

1. Expliquez pourquoi la fonction n'est pas définie pour $x = \frac{4}{3}$.
2. Donnez le domaine de définition de la fonction.
3. Trouver les points d'intersection entre la courbe et les axes de coordonnées (avec l'axe des abscisses (Ox) et avec l'axe des ordonnées (Oy)).

Exercice 3 — BONUS

Helen participe à une course cycliste. Elle a déjà parcouru 10 km et avance à vitesse constante. Le graphique suivant représente la distance parcourue (en km) en fonction du temps (en heures).



1. Quelles sont les coordonnées du graphique qui permettent de vérifier que « elle a déjà parcouru 10 km » ? À quelle vitesse Hélène roule-t-elle ?
2. Établir une formule qui donne la distance d (en km) parcourue par Hélène en fonction du temps t (en heures) depuis qu'elle a parcouru les 10 premiers kilomètres.
3. Combien de kilomètres Hélène aura-t-elle parcourus, 90 minutes après avoir parcouru les 10 premiers kilomètres ?