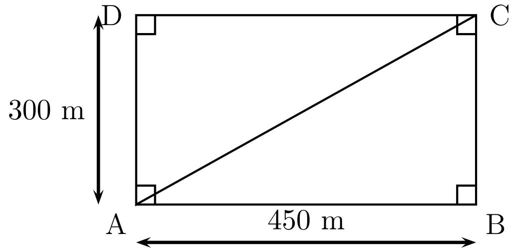
Test n°2 du mardi 14/11/2023 (Calculatrice : ✓) Correction

Exercice 1 **1.5 point**

Un des parcs de Bruxelles est assimilé à un rectangle de longueur 450 m et de largeur 300 m. Calculer la diagonale de ce parc : donner la valeur exacte, puis arrondir au mètre près.	1.5 point

Considérons une diagonale du parc. On peut construire un triangle rectangle avec une longueur, une largeur et cette diagonale :
Dans le triangle ABC rectangle en B, on applique le théorème de Pythagore :
$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 450^2 + 300^2 = 292\ 500$
Donc, en mètres, $AC = \boxed{\sqrt{292\ 500} \approx 541}$.



Exercice 2 **1 point**

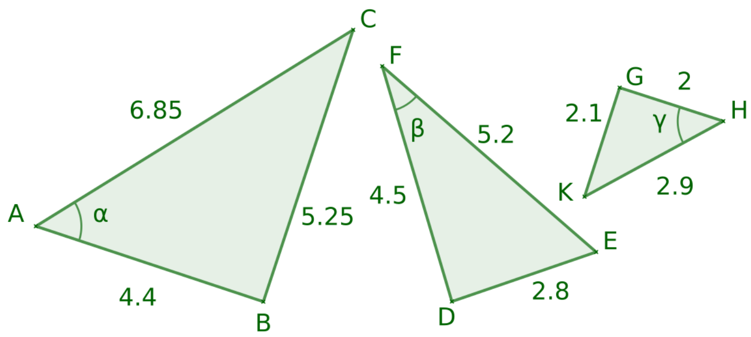
Le triangle DEF est rectangle en E. Le point I est le milieu de l'hypoténuse. La médiane [EI] mesure 5 cm. Calculer la mesure de l'hypoténuse. Justifier.	1 point

Le cercle circonscrit à DEF a pour diamètre [DF] (qui est l'hypoténuse). Donc, son centre est I. Ainsi, tous les points du triangle sont sur le cercle de centre I, ce qui veut dire que $ID = IE = IF = 5$ cm.

On peut donc en déduire que $\boxed{DF = 10 \text{ cm}}$.

Exercice 3 **2.5 points**

Pour chacun des trois triangles, déterminer s'il est rectangle ou non et préciser, le cas échéant, en quel sommet. Rédiger rigoureusement les réponses.	2.5 points



1. Dans le triangle ABC, le plus grand côté est AC.
   $AC^2 = 6,85^2 = 46,9225$.
   $AB^2 + BC^2 = 4,4^2 + 5,25^2 = 19,36 + 27,5625 = 46,9225$
   Ainsi, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, $\boxed{\text{ABC est rectangle en B}}$.
2. Dans le triangle DEF, le plus grand côté est EF.
   $EF^2 = 5,2^2 = 27,04$.
   $DE^2 + DF^2 = 4,5^2 + 2,8^2 = 20,25 + 7,84 = 28,09$
   Ainsi, d'après la contraposée du théorème de Pythagore, $\boxed{\text{DEF n'est pas rectangle}}$.
3. Dans le triangle GHK, le plus grand côté est HK.
   $HK^2 = 2,9^2 = 8,41$.
   $GH^2 + GK^2 = 2^2 + 2,1^2 = 4 + 4,41 = 8,41$
   Ainsi, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, $\boxed{\text{GHK est rectangle en G}}$.

Exercice 4 **3 points**

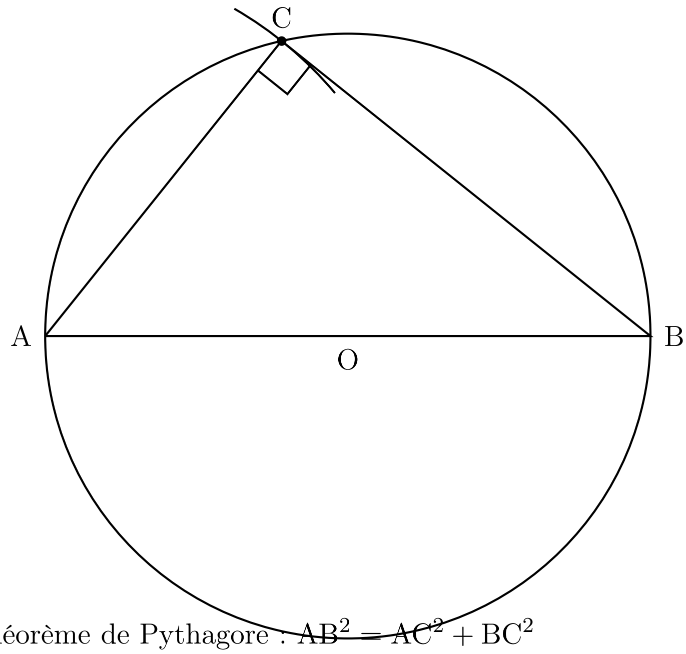
Soit un triangle rectangle d'hypoténuse 8 cm, et dont l'un des deux autres côtés mesure 5 cm.	
1. Construire ce triangle en vraie grandeur, en expliquant la construction.	1.5 point
2. Calculer la mesure du dernier côté. Donner la valeur exacte, puis arrondir au millimètre près.	1.5 point

1. L'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit à ce triangle. On va donc tracer un cercle de rayon 4 cm, en plaçant son diamètre horizontal sur une ligne de notre feuille. Ce diamètre est notre hypoténuse, qu'on note [AB] (on a noté O le centre de ce cercle).

   On sait qu'on a un côté qui mesure 5 cm. Par exemple la longueur AC (on aurait aussi pu partir du point B). Ainsi, le point C se trouve sur le cercle de rayon 5 cm de centre A.

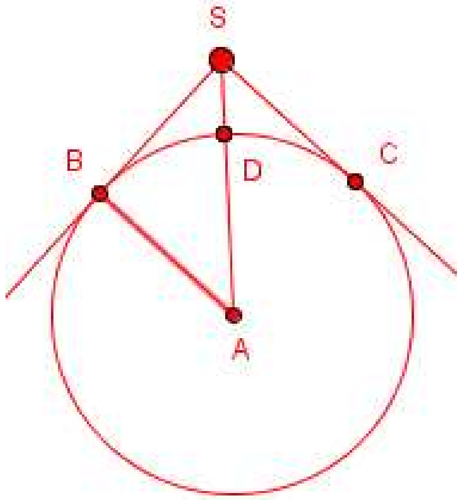
   On sait que notre cercle de rayon 4 cm tracé précédemment est le cercle circonscrit au triangle, donc le troisième point C est également sur ce cercle.

   Donc, le point C est à l'intersection des deux cercles. On ne trace qu'un petit arc de cercle du coup pour celui de centre A (il y a deux points d'intersection, on trace pour prendre celui que l'on souhaite).



2. Dans le triangle ABC rectangle en C, on applique le théorème de Pythagore : $\mathrm{AB}^2 = \mathrm{AC}^2 + \mathrm{BC}^2$
   $8^2 = 5^2 + \mathrm{BC}^2$, on déduit que $\mathrm{BC}^2 = 64 - 25 = 39$. Ainsi, en centimètres, $\mathrm{BC} = \boxed{\sqrt{39} \approx 6,2}$.

Exercice 5 **2 points**

Sur la figure suivante, qui n'est pas à l'échelle, la terre est représentée par un cercle de centre A, et on a également placé au point S un satellite ; le point D est sur le cercle, entre A et S. De sa position, le satellite peut voir jusqu'aux points B et C également sur le cercle. Ainsi, le triangle ABS est rectangle en B et le triangle ACS est rectangle en C. La distance SB est de 3 200 km et le rayon de la Terre est de 6 380 km. Déterminer, au kilomètre près, la hauteur du satellite (distance entre le satellite et le point D). 	2 points

On cherche la longueur SD, et on connaît, en kilomètres, les longueurs SB = 3 200 et AB = AD = AC = 6 380 (car B, D et C sont sur le cercle de centre A).

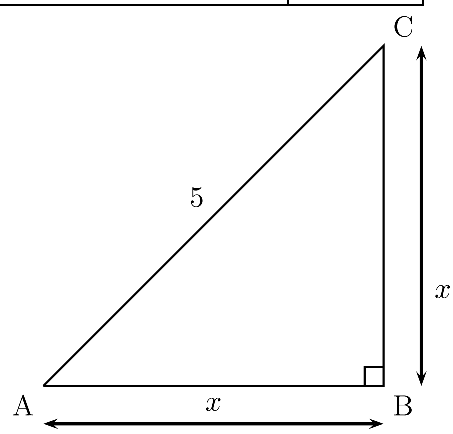
On peut donc travailler dans le triangle ABS rectangle en B. En utilisant le théorème de Pythagore :
$\mathrm{AS}^2 = \mathrm{AB}^2 + \mathrm{BS}^2 = 6\ 380^2 + 3\ 200^2 = 50\ 944\ 400$.

Du coup $\mathrm{AS} = \sqrt{50\ 944\ 400} \approx 7\ 138$. On déduit que $\mathrm{DS} = \mathrm{AS} - \mathrm{AD} = \sqrt{50\ 944\ 400} - 6\ 380 \approx 758$. La distance entre le satellite et la terre est d'environ $\boxed{758 \text{ km}}$.

Exercice 6

Soit un triangle rectangle isocèle d'hypoténuse 5 cm. Combien valent les longueurs des trois côtés de ce triangle ?	BONUS

On a fait plusieurs fois des exercices similaires en cours, notamment lors de l'exercice 11 sur la lunule d'Hippocrate. Comme souvent, un dessin aide énormément, voir à droite.



Dans le triangle ABC isocèle et rectangle en B, on a AB = BC, et on appelle cette longueur x. On applique le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} \mathrm{AC}^2 &= \mathrm{AB}^2 + \mathrm{BC}^2 && \text{On remplace par les valeurs.} \\ 5^2 &= \mathrm{x}^2 + \mathrm{x}^2 && \text{On simplifie.} \\ 25 &= 2\mathrm{x}^2 && \text{On divise par 2.} \\ 12,5 &= x^2 \end{aligned}$$

Donc $\mathrm{AB} = \mathrm{BC} = \boxed{\sqrt{12,5}}$.