Démontrer que des droites sont parallèles

1. $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (2 - (-2); 5 - 3) = (4; 2)$.
$\overrightarrow{CD} = (x_D - x_C; y_D - y_C) = (4 - (-4); 1 - (-3)) = (8; 4)$.
Ainsi $2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires. Donc $\boxed{\text{(AB) et (CD) sont parallèles.}}$

2. $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (4 - 1; -5 - 5) = (3; -9)$.
$\overrightarrow{CD} = (x_D - x_C; y_D - y_C) = (-4 - 2; 1 - (-1)) = (-6; 2)$.
Je regarde s'il y a le même facteur multiplicatif entre les abscisses et les ordonnées des deux vecteurs.
Pour les abscisses : $\frac{x_{\overrightarrow{CD}}}{x_{\overrightarrow{AB}}} = \frac{-6}{3} = -2$
Pour les ordonnées : $\frac{y_{\overrightarrow{CD}}}{y_{\overrightarrow{AB}}} = \frac{2}{-9}$
On ne trouve pas la même chose, donc les vecteurs ne sont pas colinéaires.
Ainsi, $\boxed{\text{(AB) et (CD) ne sont pas parallèles.}}$

Démontrer que des points sont alignés

1. $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (5 - 1; 4 - 2) = (4; 2)$.
$\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A; y_C - y_A) = (-1 - 1; 1 - 2) = (-2; -1)$.
Ainsi $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC}$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Donc $\boxed{\text{A, B et C sont alignés.}}$

2. $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (5 - 2; 7 - 3) = (3; 4)$.
$\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A; y_C - y_A) = (-7 - 2; -6 - 3) = (-9; -9)$.
Je regarde s'il y a le même facteur multiplicatif entre les abscisses et les ordonnées des deux vecteurs.
Pour les abscisses : $\frac{x_{\overrightarrow{AC}}}{x_{\overrightarrow{AB}}} = \frac{-9}{3} = -3$
Pour les ordonnées : $\frac{y_{\overrightarrow{AC}}}{y_{\overrightarrow{AB}}} = \frac{-9}{4} = -2.25$
On ne trouve pas la même chose, donc les vecteurs ne sont pas colinéaires.
Ainsi, $\boxed{\text{A, B et C ne sont pas alignés.}}$

Démontrer qu'un point appartient à une droite

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (-\frac{5}{2} - 1; 9 - 2) = (-\frac{5}{2} - \frac{2}{2}; 7) = (-\frac{7}{2}; 7)$.
$\overrightarrow{AC} = (x_C - x_A; y_C - y_A) = (\frac{3}{2} - 1; 1 - 2) = (\frac{3}{2} - \frac{2}{2}; -1) = (\frac{1}{2}; -1)$.
Ainsi $\overrightarrow{AB} = -7\overrightarrow{AC}$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Donc A, B et C sont alignés ainsi $\boxed{C \in (AB)}$.

Déterminer les coordonnées d'un point défini par une égalité vectorielle

On part de l'égalité de l'énoncé :

$$\begin{array}{rcll}
\overrightarrow{AC} & = & -3\overrightarrow{AB} & \\
 & & & \text{On réécrit cette égalité à l'aide de la formule.} \\
(x_C - x_A; y_C - y_A) & = & -3 \times (x_B - x_A; y_B - y_A) & \\
 & & & \text{On remplace ce qu'on connait déjà.} \\
(x_C - 0; y_C - 1) & = & -3 \times (-3 - 0; 2 - 1) & \\
 & & & \text{On simplifie} \\
(x_C; y_C - 1) & = & -3 \times (-3; 1) & \\
 & & & \text{On effectue la multiplication par } -3 \\
(x_C; y_C - 1) & = & (9; -3) & \\
 & & & \text{On transforme en système par coordonnée} \\
 & & \left\{\begin{array}{l} x_C = 9 \\ y_C - 1 = -3 \end{array}\right. & \\
 & & & \text{On ajoute 1 de chaque côté dans la seconde ligne} \\
 & & \left\{\begin{array}{l} x_C = 9 \\ y_C = -2 \end{array}\right. & \\
 & & & \text{On conclut} \\
 & & \boxed{C(9; -2)} &
\end{array}$$