

Exercice 1 - Trois carrés

Il nous faut poser une inconnue, avec essentiellement 3 manières : la longueur du côté du plus petit carré, du carré du milieu, ou du plus grand carré. Il est plus simple de prendre le carré du milieu (en mathématiques, tout est souvent plus simple quand il y a des symétries). On a alors :

$$\begin{array}{r}
 (x-2)^2 + x^2 + (x+2)^2 = 83 \\
 \left. \begin{array}{l} x^2 - 4x + 4 + x^2 + x^2 + 4x + 4 = 83 \\ 3x^2 + 8 = 83 \\ 3x^2 = 75 \\ x^2 = 25 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{On développe} \\ \text{On simplifie} \\ \text{On retranche 8 de chaque côté} \\ \text{On divise par 3 de chaque côté} \\ \text{On résout} \end{array} \\
 x = 5 \text{ OU } x = -5
 \end{array}$$

Comme l'inconnue est une longueur, on en déduit donc que c'est la solution positive.

Ainsi le carré du milieu a pour côté 5 cm.

Exercice 2 - Manipulations algébriques

$$\bullet A(x) = (2-x)(1-3x) + 4x(1-3x)$$

$$= (2-x) \boxed{(1-3x)} + (4x) \boxed{(1-3x)}$$

$$= (1-3x)[(2-x) + (4x)]$$

$$= (1-3x)[2-x+4x]$$

$$= (1-3x)[2+3x]$$

$$\bullet E(x) = (7+2x)^3 + (7+2x)(3-x) + 7+2x$$

$$= \boxed{(7+2x)} (7+2x)^2 + \boxed{(7+2x)} (3-x) + \boxed{(7+2x)} \quad (1)$$

$$= (7+2x)[(7+2x)^2 + (3-x) + 1]$$

$$= (7+2x)[49 + 4x^2 + 28x + 3 - x + 1]$$

$$= (7+2x)[4x^2 + 27x + 53]$$

$$\bullet B(x) = 4x^2 - 9$$

$$= (2x)^2 - 3^2$$

$$= (2x+3)(2x-3)$$

$$\bullet C(x) = (9-x)(9+x) + (9+x)(2-x)$$

$$= (9-x) \boxed{(9+x)} + \boxed{(9+x)} (2-x)$$

$$= (9+x)[(9-x) + (2-x)]$$

$$= (9+x)[9-x+2-x]$$

$$= (9+x)[11-2x]$$

$$\bullet D(x) = x^2 + 2\sqrt{2}x + 2$$

$$= x^2 + 2 \times x \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$$

$$= (x + \sqrt{2})^2$$

On sait que pour résoudre une équation de type $f(x) = 0$, c'est très facile lorsque l'on a la forme factorisée. Effectivement, un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

$$A(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-3x)[2+3x] = 0$$

$$\Leftrightarrow 1-3x = 0 \text{ OU } 2+3x = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 = 3x \text{ OU } 3x = -2$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{1}{3} = x \text{ OU } x = -\frac{2}{3}}$$

$$C(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (9+x)[11-2x] = 0$$

$$\Leftrightarrow 9+x = 0 \text{ OU } 11-2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -9 \text{ OU } 11 = 2x$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = -9 \text{ OU } \frac{11}{2} = x}$$

$$B(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x+3)(2x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x+3 = 0 \text{ OU } 2x-3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x = -3 \text{ OU } 2x = 3$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = -\frac{3}{2} \text{ OU } x = \frac{3}{2}}$$

$$D(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + \sqrt{2})^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x + \sqrt{2} = 0 \text{ OU } x + \sqrt{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\sqrt{2} \text{ OU } x = -\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = -\sqrt{2}}$$

Exercice 3 - Le cryptogramme

Il s'agissait de trouver le mot "INVERSE".