Exercice 1 : Tableau de variations

3 + 1 points

1. (a) $$\left.\begin{array}{l} g \text{ est décroissante sur } [-3;0] \\ -3 \in [-3;0] \\ -2 \in [-3;0] \\ -3 < -2 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{g(-3) > g(-2)}$$

   (b) Il y a un changement de variation entre $-\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{2}$ (en 0), ainsi $\boxed{\text{on ne peut pas comparer } g(-\frac{1}{2}) \text{ et } g(\frac{1}{2})}$.

   (c) Il y a un changement de variation entre 2 et π (en 3), ainsi $\boxed{\text{on ne peut pas comparer } g(2) \text{ et } g(\pi)}$.

   (d) $$\left.\begin{array}{l} g \text{ est croissante sur } [-4;-3] \\ -3 \in [-4;-3] \\ -\pi \in [-4;-3] \\ -\pi < -3 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{g(-\pi) < g(-3)}$$

2. <u>Bonus :</u> g est croissante sur $[0;3]$ donc $x \in [0;3] \Rightarrow g(x) \in [0;5]$
   g est décroissante sur $[3;4]$ donc $x \in [3;4] \Rightarrow g(x) \in [-2;5]$
   g est croissante sur $[4;5]$ donc $x \in [4;5] \Rightarrow g(x) \in [-2;g(5)]$; or g est croissante sur $[4;6]$ donc $g(5) < g(6) = 1$.
   En combinant ces informations sur ces trois intervalles, $\boxed{x \in [0;5] \Rightarrow g(x) \in [-2;5]}$

Exercice 2

8 points

1. Les lignes des x des deux tableaux commencent à -9 et finissent à 10. Ainsi, $\boxed{D_f = [-9;10]}$.
2. En utilisant le tableau de variations, on lit que $\boxed{f(-5) = 9}$
3. $$\left.\begin{array}{l} f \text{ est croissante sur } [-9;-5] \\ -8 \in [-9;-5] \\ -6 \in [-9;-5] \\ -8 < -6 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{f(-8) < f(-6)}$$
4. $-7 \in [-9;0[$, intervalle sur lequel f est strictement positive. Ainsi, $\boxed{f(-7) > 0}$.
5. Il n'est pas possible de comparer $f(-2)$ et $f(3)$ à l'aide du tableau de variations, puisqu'il y a un changement de variations en 2 (qui est entre -2 et 3). Par contre, $-2 \in [-9;0[$, intervalle sur lequel f est strictement positive donc $f(-2) > 0$ et $3 \in]0;4[$, intervalle sur lequel f est strictement négative donc $f(3) < 0$. Donc $\boxed{f(-2) > f(3)}$.
6. $\boxed{\text{Le maximum de } f \text{ est } 9}$ (il est atteint en -5).
7. Dans le tableau de signes, on lit que $f(0) = 0$. Dans le tableau de variations, on lit que $f(2) = -5$.
   De plus, f est décroissante sur l'intervalle $[-5;2]$ donc en particulier sur l'intervalle $[0;2]$. Ainsi, si $0 \leq x \leq 2$, alors $f(0) \geq f(x) \geq f(2)$. Donc le meilleur encadrement de $f(x)$ quand $x \in [0;2]$ est $\boxed{-5 \leq f(x) \leq 0}$.
8. Au tableau.

Exercice 3 : Tableaux de signes

6 points

1. Tableaux de signes de $a(x)$ et $b(x)$:

$$3x-1>0 \xrightarrow{+1} 3x>1 \xrightarrow{\div 3} x>\frac{1}{3}$$

$$2-x>0 \xrightarrow{+x} 2>x$$

$$x+3>0 \xrightarrow{-3} x>-3$$

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		2		$+\infty$
Sgn. $3x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
Sgn. $2-x$		$+$		$+$	0	$-$	
Sgn. $a(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
Sgn. $x+3$		$-$	0	$+$	
Sgn. $x+3$		$-$	0	$+$	
Sgn. $b(x)$		$+$	0	$+$	

2. Afin de résoudre l'inéquation, on va commencer par remplir le tableau de signes :

$$\begin{aligned} 2x+1 &> 0 && -1\\ 2x &> -1 && \div 2\\ x &> -\tfrac{1}{2} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x-3 &> 0 && +3\\ x &> 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 5-3x &> 0 && +3x\\ 5 &> 3x && \div 3\\ \tfrac{5}{3} &> x \end{aligned}$$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{5}{3}$		3		$+\infty$
Sgn. $2x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
Sgn. $x-3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
Sgn. $5-3x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
Sgn. $c(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Pour connaître l'ensemble des solutions de l'inéquation $c(x) > 0$, il s'agit de chercher les "+" dans le tableau de signes. On lit donc que l'ensemble des solutions de l'inéquation $c(x) > 0$ est $\boxed{]-\infty; -\frac{1}{2}[\cup]\frac{5}{3}; 3[}$.

Exercice 4 1 point + 1 point

1.
$$\begin{aligned} 0,1x+10 &\geq 0,3x && \text{On retranche } 0,1x \text{ de chaque côté}\\ 10 &\geq 0,3x-0,1x && \text{On simplifie}\\ 10 &\geq 0,2x && \text{On divise par } 0,2 \text{ de chaque côté}\\ \frac{10}{0,2} &\geq x && \text{On simplifie}\\ 50 &\geq x \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de cette inéquation est $\boxed{]-\infty; 50]}$.

2. Pour savoir combien coûte <u>au moins</u> chaque livre, on va se demander quelle somme <u>au plus</u> la caissière a pu me rendre. Au plus elle a pu me rendre un billet de 20€ et 19,99€ en pièces (l'énoncé nous dit qu'il y a moins d'argent en pièces qu'avec le billet).

$$\begin{aligned} 12x &\geq 50-(20+19,99) && \text{On simplifie}\\ 12x &\geq 10,01 && \text{On divise par 12 de chaque côté}\\ x &\geq \frac{10,01}{12} && \text{On écrit sous forme décimale}\\ x &\geq 0,83416 \end{aligned}$$

Chaque livre coûte au moins $\boxed{\text{83 centimes}}$.

Pour savoir combien coûte <u>au plus</u> chaque livre, on va se demander quelle somme <u>au moins</u> la caissière a pu me rendre. Au moins, elle a pu me rendre un billet de 5€ et 0,02€ en pièces (il y a quelques pièces donc au moins 2, et chacune vaut au moins 1 centime).

$$\begin{aligned} 12x &\leq 50-(5+0,02) && \text{On simplifie}\\ 12x &\leq 44,98 && \text{On divise par 12 de chaque côté}\\ x &\leq \frac{44,98}{12} && \text{On écrit sous forme décimale}\\ x &\leq 3,7483 \end{aligned}$$

Chaque livre coûte au plus $\boxed{\text{3€75}}$.