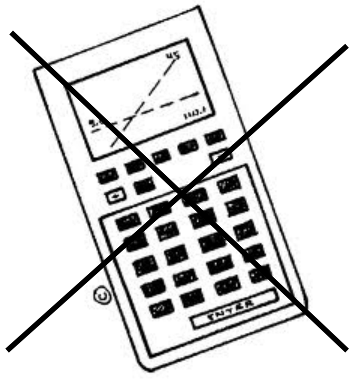
AIDE À LA CORRECTION

MATHÉMATIQUES 3 PÉRIODES
PARTIE A

DATE : 10 juin 2014, après-midi

DURÉE DE L'EXAMEN :
1 heure (60 minutes)

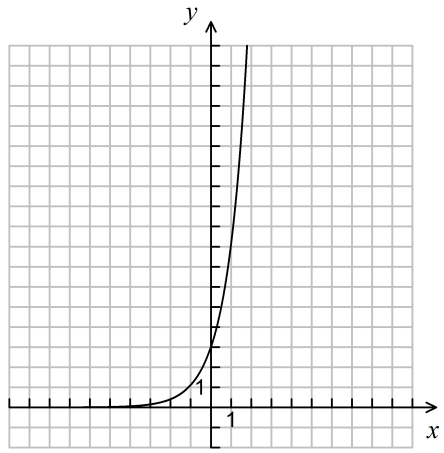
MATÉRIEL AUTORISÉ :
Examen sans support technologique



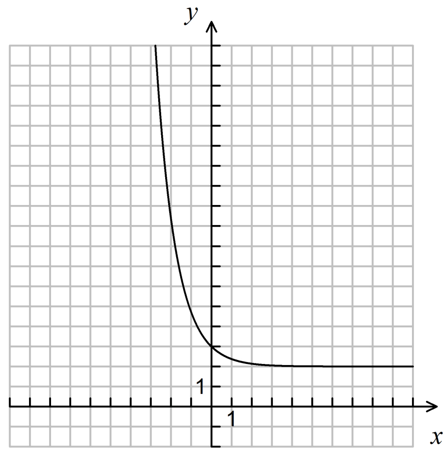
PARTIE A

	Page 1/4	Barème

1)



Graphique A



Graphique B

À partir de la liste suivante, déterminer la fonction correspondant à chacun des deux graphiques ci-dessus : — **5 points**

$f_1(x)=3\mathrm{e}^{-x}$ **,** $f_2(x)=4-\mathrm{e}^{x}$ **,** $f_3(x)=3\mathrm{e}^{x}$ **et** $f_4(x)=2+\mathrm{e}^{-x}$ **.**

Le graphique *A* est celui de la fonction définie par $f_3(x)=3\mathrm{e}^{x}$.

Le graphique *B* est celui de la fonction définie par $f_4(x)=2+\mathrm{e}^{-x}$.

2) On considère la fonction f définie par $f(x)=\ln(5-x)$.

Établir une équation de la tangente au graphique de f au point d'abscisse $x=4$. — **5 points**

$f(4)=\ln 1=0$.

$f'(x)=\dfrac{-1}{5-x}$. Donc $f'(4)=\dfrac{-1}{1}=-1$.

La tangente au graphique de f au point d'abscisse $x=4$ a pour équation $y=-(x-4)\Leftrightarrow y=-x+4.$

3) La fonction f a pour dérivée la fonction f' définie par $f'(x)=(x-3)\cdot(2-x)$.

Déterminer l'intervalle où f est croissante. — **5 points**

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=2$ ou $x=3$.

$f'(x)>0\Leftrightarrow 2<x<3$.

Donc f est croissante dans l'intervalle $[2\,;3]$.

<table>
<tr><th colspan="3">PARTIE A</th></tr>
<tr><td></td><td>Page 2/4</td><td>Barème</td></tr>
<tr><td colspan="2">

4) Calculer $\int_0^1 (3\mathrm{e}^{2x} + x)\,dx$ **.**

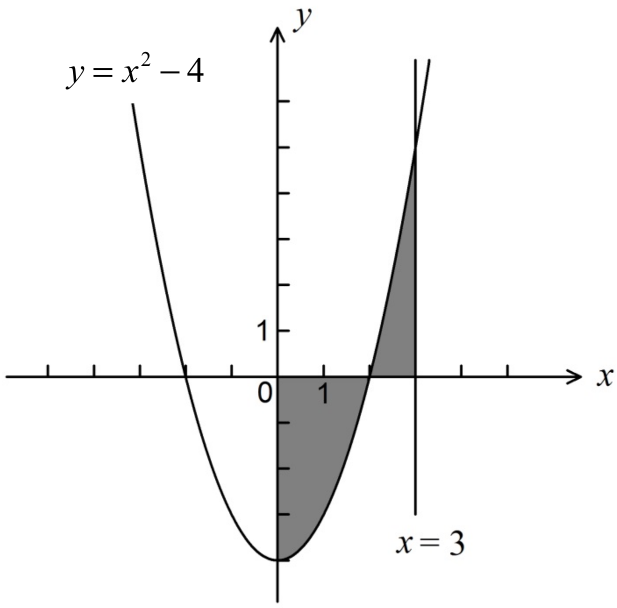
$$\int_0^1 \left(3\mathrm{e}^{2x} + x\right)dx = \left[\frac{3}{2}\mathrm{e}^{2x} + \frac{x^2}{2}\right]_0^1 = \frac{3}{2}\mathrm{e}^2 + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}\mathrm{e}^2 - 1.$$

</td><td>5 points</td></tr>
<tr><td colspan="2">

5) Calculer l'aire de la surface ombrée délimitée par la courbe d'équation

$$y = x^2 - 4\,,$$

l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 3$.



Soit A l'aire de la surface ombrée.

$$A = -\int_0^2 \left(x^2 - 4\right)dx + \int_2^3 \left(x^2 - 4\right)dx = \left[-\frac{x^3}{3} + 4x\right]_0^2 + \left[\frac{x^3}{3} - 4x\right]_2^3$$

$$= -\frac{8}{3} + 8 + 9 - 12 - \frac{8}{3} + 8 = 13 - \frac{16}{3} = \frac{23}{3}.$$

</td><td>5 points</td></tr>
</table>

PARTIE A

	Page 3/4	Barème

6) Il y a 28 élèves dans une classe, 15 d'entre eux étudient la chimie, 18 étudient la physique et 2 n'étudient ni la chimie ni la physique.

Calculer la probabilité qu'un élève choisi au hasard étudie à la fois la chimie et la physique. — **5 points**

Soient les événements
Ch : « l'élève étudie la chimie » et Ph : « l'élève étudie la physique ».

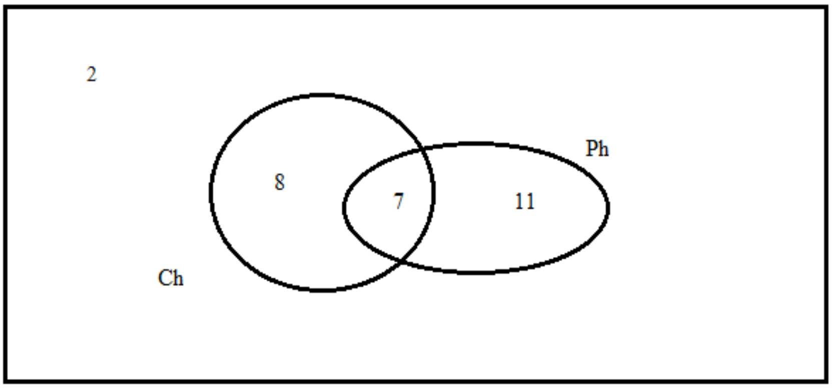
1°) $P(Ch)=\dfrac{15}{28}$, $P(Ph)=\dfrac{18}{28}$ et $P\left(\overline{Ch}\cap\overline{Ph}\right)=\dfrac{2}{28}$.

Il faut calculer $P(Ch\cap Ph)=P(Ch)+P(Ph)-P(Ch\cup Ph)$.

Or $P(Ch\cup Ph)=1-P\left(\overline{Ch}\cap\overline{Ph}\right)=1-\dfrac{2}{28}=\dfrac{26}{28}$.

Donc $P(Ch\cap Ph)=\dfrac{15}{28}+\dfrac{18}{28}-\dfrac{26}{28}=\dfrac{7}{28}=\dfrac{1}{4}$.

2°)



Il y a $28-2=26$ élèves qui étudient la chimie ou la physique.
Il y a $15+18-26=7$ élèves qui étudient à la fois la chimie et la physique.

Donc $P(Ch\cap Ph)=\dfrac{7}{28}=\dfrac{1}{4}$.

PARTIE A

	Page 4/4	Barème

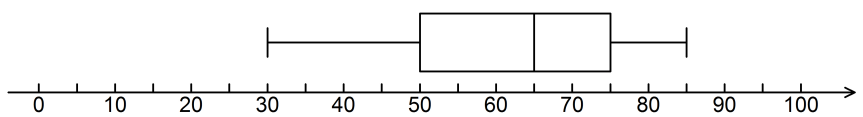
7) À l'entraînement, la probabilité qu'un certain joueur de football marque un penalty est de $\frac{2}{3}$.
Lors d'un entraînement, il tire 4 penalties.
Calculer la probabilité qu'il marque exactement 3 penalties. — **5 points**

Soit X le nombre de penalties marqués par le joueur.

X suit une loi binomiale où $p = \frac{2}{3}$ et $n = 4$.

$$P(X=3) = C_4^3 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \frac{1}{3} = 4 \cdot \frac{8}{81} = \frac{32}{81}.$$

8)



Le diagramme ci-dessus montre la boîte à moustaches des résultats des élèves à un certain examen de mathématiques.
La note minimale requise pour réussir l'examen est de 60 points sur 100.

Le diagramme permet-il de conclure qu'au moins la moitié des élèves ont réussi l'examen ? Justifier la réponse. — **5 points**

Oui. En effet, la médiane est égale à 65, ce qui signifie que au moins la moitié des élèves ont obtenu au moins 65 points et 65>60.