

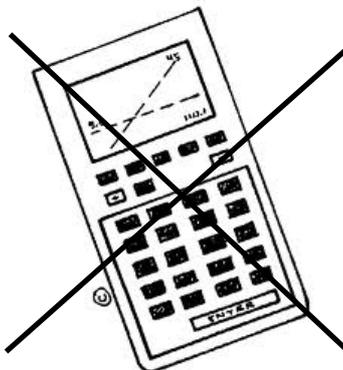
AIDE À LA CORRECTION

MATHÉMATIQUES 3 PÉRIODES PARTIE A

DATE : 8 juin 2015, après-midi

DURÉE DE L'EXAMEN :
1 heure (60 minutes)

MATÉRIEL AUTORISÉ :
Examen sans support technologique



PARTIE A

Page 1/3

Barème

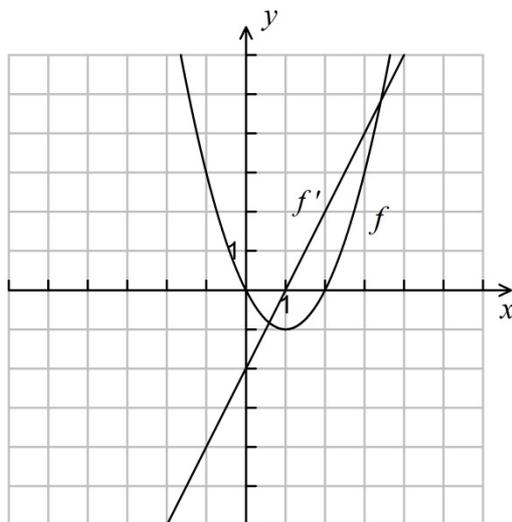
1) Résoudre l'équation $\ln(3x - 14) = 0$.

$$\ln(3x - 14) = 0 \Leftrightarrow 3x - 14 = 1 \Leftrightarrow 3x = 15 \Leftrightarrow x = 5.$$

$$S = \{5\}.$$

5 points

2) Le diagramme ci-dessous montre le graphique d'une fonction f et celui de sa dérivée f' .



Établir une équation de la tangente au graphique de f au point d'abscisse $x = -1$.

$f(-1) = 3$ et $f'(-1) = -4$. La tangente au graphique de f au point d'abscisse $x = -1$ a donc pour équation $y - 3 = -4(x + 1) \Leftrightarrow y = -4x - 1$.

5 points

3) On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{1}{3}$.

Déterminer l'intervalle où f est décroissante.

$$f'(x) = x^2 - x - 2.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x = 2 \text{ et } f'(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 2.$$

Donc f est décroissante dans l'intervalle $[-1; 2]$.

5 points

PARTIE A

Page 2/3

Barème

4) On considère la fonction f définie par $f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$, $x > -2$.

Déterminer la primitive F de f telle que $F(3) = 0$.

$$F(x) = \int \left(1 - \frac{3}{x+2} \right) dx = x - 3 \ln(x+2) + C \quad (C \in \mathbb{R}).$$

$$F(3) = 0 \Leftrightarrow 3 - 3 \ln(5) + C = 0 \Leftrightarrow C = 3 \ln(5) - 3.$$

Donc F est définie par $F(x) = x - 3 \ln(x+2) + 3 \ln(5) - 3$, $x > -2$.

5 points

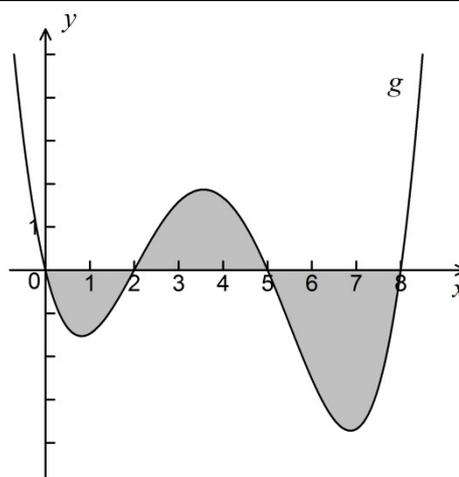
5) Le diagramme ci-contre montre le graphique d'une fonction g .

On donne les intégrales suivantes :

$$\int_0^5 g(x) dx = 1,6$$

$$\int_2^5 g(x) dx = 3,6$$

$$\int_2^8 g(x) dx = -3,4.$$



Calculer l'aire totale de la surface ombrée.

$$\begin{aligned} A &= -\int_0^2 g(x) dx + \int_2^5 g(x) dx - \int_5^8 g(x) dx \\ &= -\left(\int_0^5 g(x) dx - \int_2^5 g(x) dx \right) + \int_2^5 g(x) dx - \left(\int_2^8 g(x) dx - \int_2^5 g(x) dx \right) \\ &= -(1,6 - 3,6) + 3,6 - (-3,4 - 3,6) = 2 + 3,6 + 7 = 12,6. \end{aligned}$$

5 points

PARTIE A		
	Page 3/3	Barème
<p>6) Le propriétaire d'une maison a deux porte-clés. Il y a trois clés sur l'un des porte-clés et cinq clés sur l'autre. Chacun des deux porte-clés contient une seule clé qui ouvre la porte de la maison. Le propriétaire prend d'abord un porte-clés au hasard ; puis, il prend au hasard une clé de ce même porte-clés. Calculer la probabilité que cette clé ouvre la porte de la maison.</p> <p>On considère les événements :</p> <p>A : « Le propriétaire choisit le porte-clés qui contient 3 clés » , B : « Le propriétaire choisit le porte-clés qui contient 5 clés » et O : « La clé choisie ouvre la porte ».</p> $P(O) = P(A \cap O) + P(B \cap O)$ $= P(A) \cdot P(O A) + P(B) \cdot P(O B)$ $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{6} + \frac{1}{10} = \frac{5+3}{30} = \frac{4}{15}.$	5 points	
<p>7) Sophie tire sur une cible. La probabilité qu'elle atteigne la cible est de $\frac{3}{5}$. Elle tire trois fois. Calculer la probabilité qu'elle atteigne la cible exactement une fois.</p> <p>Soit X le nombre de fois que Sophie atteint la cible. X suit une loi binomiale de paramètres $n = 3$ et $p = \frac{3}{5}$.</p> $P(X = 1) = C_3^1 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 = 3 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{25} = \frac{36}{125}.$	5 points	
<p>8) Dans une province, il y a 200 000 habitants répartis dans 400 villages. Le nombre médian d'habitants par village est de 150. Calculer le nombre moyen d'habitants par village. Dans ce cas, donner une explication plausible de la différence entre la valeur de la moyenne et celle de la médiane.</p> <p>Le nombre moyen d'habitants par village est de $\frac{200\,000}{400} = 500$. La moyenne est donc beaucoup plus élevée que la médiane. Ceci peut s'expliquer par le fait que certains villages qui ont plus de 150 habitants en ont beaucoup plus. La moyenne étant, contrairement à la médiane, sensible aux valeurs extrêmes, elle pourrait se trouver affectée par le grand nombre d'habitants de certains villages.</p>	5 points	