BACCALAURÉAT EUROPÉEN 2016

AIDE À LA CORRECTION

MATHÉMATIQUES 3 PÉRIODES
PARTIE A

DATE : 6 juin 2016, après-midi

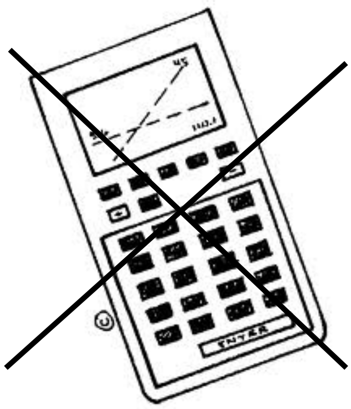
DURÉE DE L'EXAMEN :

1 heure (60 minutes)

MATÉRIEL AUTORISÉ :

Examen sans support technologique

Crayon pour les graphiques

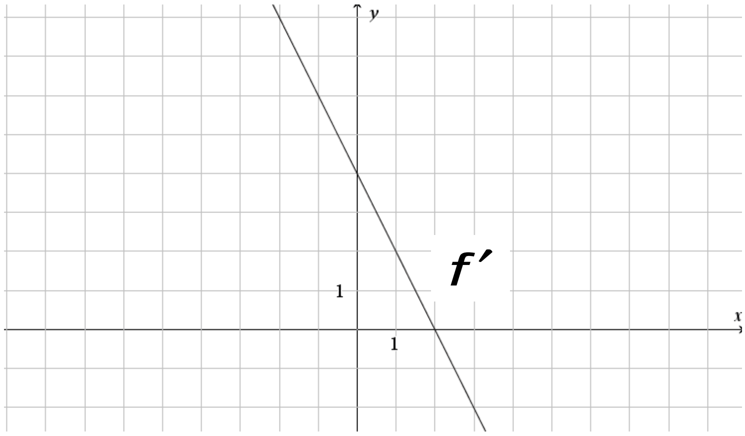


REMARQUES PARTICULIÈRES :

- Il est indispensable que les réponses soient accompagnées des explications nécessaires à leur élaboration.
- Les réponses doivent mettre en évidence le raisonnement qui amène aux résultats ou solutions.
- Lorsque des graphes sont utilisés pour trouver une solution, la réponse doit inclure des esquisses de ceux-ci.

- Sauf indication contraire dans la question, la totalité des points ne pourra être attribuée à une réponse correcte en l'absence du raisonnement et des explications qui permettent d'arriver aux résultats ou solutions.

- Lorsqu'une réponse est incorrecte, une partie des points pourra cependant être attribuée lorsqu'une méthode appropriée et/ou une approche correcte ont été utilisées.

PARTIE A		
	Page 1/5	**Barème**
1) **Résoudre l'équation** $e^{3x+2}=1$ **.** $e^{3x+2}=1 \Leftrightarrow 3x+2=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{2}{3}$. $\text{Sol}=\left\{-\dfrac{2}{3}\right\}$.		**5 points**
2) **Le diagramme ci-dessous montre le graphique de la dérivée** f' **d'une fonction** f **.**  f **est l'une des fonctions** f_1, f_2, f_3 **et** f_4 **définies par** $f_1(x)=x^2-4x$ $f_2(x)=x^2+4$ $f_3(x)=-x^2+4x-4$ $f_4(x)=-x^2+4$. **Déterminer laquelle est** f.		**5 points**

PARTIE A		
	Page 2/5	**Barème**

1$^{\text{ère}}$ méthode : par élimination (avec variantes).
Les graphiques des 4 fonctions proposées sont des paraboles
Si on regarde d'abord le zéro de f' : $x=2$, il faut éliminer f_2 et f_4 car les sommets de leurs graphiques ont pour abscisse $x=0$. Il reste f_1 et f_3. On voit ensuite que $f'(x)$ s'annule en passant du positif au négatif et on en déduit que *f* admet un maximum pour $x=2$; donc il faut éliminer f_1 qui admet un minimum pour $x=2$. La réponse est donc f_3.
Si on voit d'abord que $f'(x)$ s'annule en passant du positif au négatif, on en déduit que *f* admet un maximum ; il faut donc éliminer f_1 et f_2 qui admettent un minimum. Il reste f_3 et f_4. On regarde ensuite le zéro de f' : $x=2$; donc il faut éliminer f_4 dont le sommet du graphique a pour abscisse $x=0$. La réponse est donc f_3.
On peut aussi, à partir du graphique de f', établir le tableau de variations suivant :

x		2	
$f'(x)$	$+$	0	$-$
f	$\nearrow$	Max	$\searrow$

On en déduit que $f=f_3$.

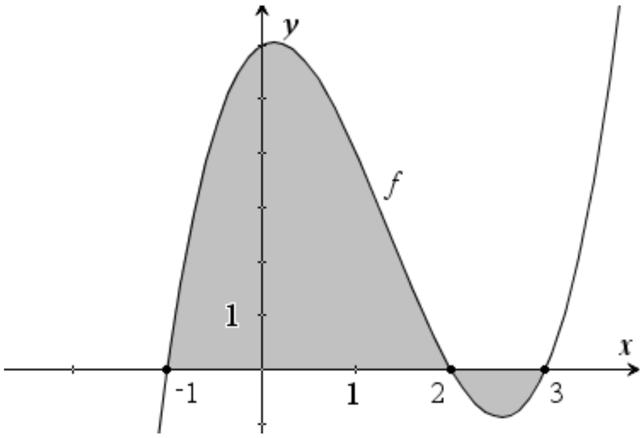
2$^{\text{ème}}$ méthode : On dérive les 4 fonctions proposées.
$f_1'(x)=f_2'(x)=2x$, $f_3'(x)=-2x+4$ et $f_4'(x)=-2x$.
Comme le graphique de f' suggère que $f'(x)=-2x+4$, on en déduit que $f=f_3$.

3$^{\text{ème}}$ méthode : On calcule les primitives de f'.
Le graphique de f' suggérant que $f'(x)=-2x+4$:
$\int(-2x+4)dx=-x^2+4x+k$ (k constante). Parmi les 4 fonctions proposées, la seule fonction possédant cette forme est f_3. :

---

3) On considère la fonction f définie par $f(x)=3\,e^{2x+2}$. **Établir une équation de la tangente au graphique de f au point de coordonnées $(-1;3)$.** $f'(x)=6e^{2x+2}$. Donc $f'(-1)=6$. La tangente au graphique de f au point de coordonnées $(-1;3)$ a donc pour équation : $y-3=6(x+1)\Leftrightarrow$ $y=6x+9$.	**5 points**

PARTIE A

	Page 3/5	Barème
4) On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2 + \dfrac{1}{x-2}$, $x > 2$. **Déterminer la primitive F de f telle que $F(3) = 10$.** $F(x) = \displaystyle\int \left(x^2 + \frac{1}{x-2} \right) dx = \frac{x^3}{3} + \ln(x-2) + k \ (k \in \mathbb{R})$. $F(3) = 10 \Leftrightarrow 9 + k = 10 \Leftrightarrow k = 1$. D'où $F(x) = \dfrac{x^3}{3} + \ln(x-2) + 1$.		**5 points**
5) Le diagramme ci-dessous montre le graphique d'une fonction f. **On donne les intégrales suivantes :** $\int_{-1}^{2} f(x)dx = 11{,}3$ et $\int_{-1}^{3} f(x)dx = 10{,}7$.  **Calculer l'aire totale de la surface ombrée.** Soit A, l'aire totale de la surface ombrée : $A = \int_{-1}^{2} f(x)dx - \int_{2}^{3} f(x)dx$. $\int_{-1}^{2} f(x)dx = 11{,}3$ et $\int_{2}^{3} f(x)dx = \int_{-1}^{3} f(x)dx - \int_{-1}^{2} f(x)dx = 10{,}7 - 11{,}3 = -0{,}6$. Donc $A = 11{,}3 + 0{,}6 = 11{,}9$.		**5 points**

<table>
<tr><th colspan="3">PARTIE A</th></tr>
<tr><td></td><td>Page 4/5</td><td>Barème</td></tr>
<tr><td colspan="2">

6) On lance une pièce de monnaie.
Quel est l'événement le plus probable : obtenir exactement 2 fois « face » sur 4 lancers ou exactement 3 fois « face » sur 6 lancers ?

Soit X le nombre de fois qu'on obtient « face ».

Si on lance la pièce 4 fois, X suit une loi binomiale avec $n = 4$ et $p = \frac{1}{2}$.

$$P(X=2) = C_4^2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 6\left(\frac{1}{2}\right)^4 = 3\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{3}{8}\ .$$

Si on lance la pièce 6 fois, X suit une loi binomiale avec $n = 6$ et $p = \frac{1}{2}$.

$$P(X=3) = C_6^3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 20\left(\frac{1}{2}\right)^6 = 5\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{5}{16}.$$

$\frac{3}{8} = \frac{6}{16} > \frac{5}{16}$. Donc il est plus probable d'obtenir 2 fois « face » sur 4 lancers que 3 fois « face » sur 6 lancers.

</td><td>5 points</td></tr>
<tr><td colspan="2">

7) Dans une certaine école, 30 % des élèves sont des garçons.
40 % des garçons et 20 % des filles mesurent plus de 1,50 m.
On choisit un élève au hasard.
Étant donné que cet élève mesure plus de 1,50 m, calculer la probabilité que ce soit un garçon.

On considère les événements :
G : « l'élève est un garçon » et T : « l'élève mesure plus de 1,50 m ».
On connaît : $P(G) = 0{,}3$, $P(T|G) = 0{,}4$ et $P(T|\bar{G}) = 0{,}2$. On demande

$$P(G|T) = \frac{P(G\cap T)}{P(T)} = \frac{P(G)\cdot P(T|G)}{P(G\cap T)+P(\bar{G}\cap T)} = \frac{P(G)\cdot P(T|G)}{P(G)\cdot P(T|G)+P(\bar{G})\cdot P(T|\bar{G})}$$

$$= \frac{0{,}3\cdot 0{,}4}{0{,}3\cdot 0{,}4+0{,}7\cdot 0{,}2} = \frac{0{,}12}{0{,}12+0{,}14} = \frac{0{,}12}{0{,}26} = \frac{6}{13}.$$

</td><td>5 points</td></tr>
</table>

PARTIE A		
	Page 5/5	**Barème**
8) Le tableau suivant montre les notes obtenues par des élèves à un test :		

Notes	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Nombre d'élèves	**1**	**5**	**4**	**2**	***k***

Étant donné que la note médiane est de 5, déterminer toutes les valeurs possibles de *k*. — **5 points**

Soit n le nombre total d'élèves : $n = 1 + 5 + 4 + 2 + k = 12 + k$.
La médiane est de 5 et les quatre notes 5 sont, dans l'ordre croissant des notes, la $7^{\text{ème}}$, la $8^{\text{ème}}$, la $9^{\text{ème}}$ et la $10^{\text{ème}}$ notes.
Donc $13 \leq n \leq 19 \Leftrightarrow 1 \leq k \leq 7$.
Plus explicitement :
La liste des notes données dans l'ordre croissant est :
3, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, … ?
Si la première note 5 (la plus à gauche dans la liste) est la médiane, la liste est : 3, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 7. Dans ce cas, $k = 1$.
Si la quatrième note 5 (la plus à droite dans la liste) est la médiane, la liste est : 3, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7. Dans ce cas, $k = 7$.
Si la deuxième note 5 est la médiane, on aura $k = 3$ et si la troisième note 5 est la médiane, on aura $k = 5$.
La médiane peut aussi être la moyenne arithmétique de deux notes 5 consécutives (3 possibilités) ; on a alors $k = 2$ ou $k = 4$ ou $k = 6$.
Les valeurs possibles de k sont donc 1, 2, 3, 4, 5, 6 ou 7.