

## AIDE À LA CORRECTION

# MATHÉMATIQUES 3 PÉRIODES

## PARTIE A

**DATE :** 12 juin 2017, après-midi

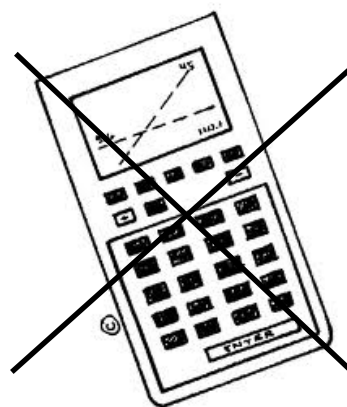
**DURÉE DE L'EXAMEN :**

1 heure (60 minutes)

**MATÉRIEL AUTORISÉ :**

Examen sans support technologique

Crayon pour les graphiques

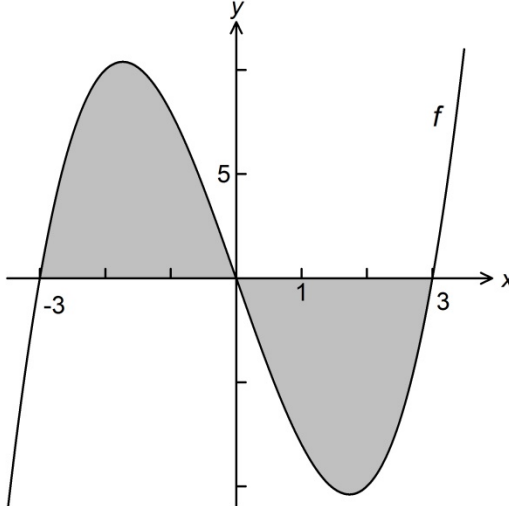


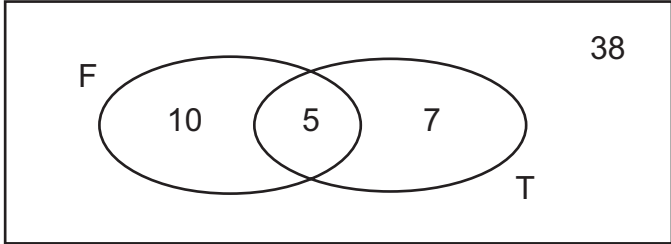
**REMARQUES PARTICULIÈRES :**

- Il est indispensable que les réponses soient accompagnées des explications nécessaires à leur élaboration.
- Les réponses doivent mettre en évidence le raisonnement qui amène aux résultats ou solutions.
- Lorsque des graphes sont utilisés pour trouver une solution, la réponse doit inclure des esquisses de ceux-ci.
- Sauf indication contraire dans la question, la totalité des points ne pourra être attribuée à une réponse correcte en l'absence du raisonnement et des explications qui permettent d'arriver aux résultats ou solutions.
- Lorsqu'une réponse est incorrecte, une partie des points pourra cependant être attribuée lorsqu'une méthode appropriée et/ou une approche correcte ont été utilisées.

PARTIE A		
	Page 1/6	Barème
<p>1) On considère la fonction <math>f</math> définie par</p> $f(x) = 4e^x + 1$ <p>Calculer <math>f(0)</math> et <math>f'(0)</math>.</p>		5 points
$f(0) = 4e^0 + 1 = 5.$		1 pt
$f'(x) = 4e^x.$		3 pts
Donc $f'(0) = 4e^0 = 4.$		1 pt
<p>2) Résoudre l'équation <math>8^x = 4.</math></p>		5 points
$8^x = 4 \Leftrightarrow (2^3)^x = 2^2 \Leftrightarrow 2^{3x} = 2^2 \Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}.$		
<p><u>ou</u> :</p> $8^x = 4 \Leftrightarrow \ln(8^x) = \ln(4) \Leftrightarrow x \ln(8) = \ln(4)$ $\Leftrightarrow x = \frac{\ln(4)}{\ln(8)} \Leftrightarrow x = \frac{\ln(2^2)}{\ln(2^3)} \Leftrightarrow x = \frac{2\ln(2)}{3\ln(2)} \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}.$		
<p><u>ou</u> :</p> $8^x = 4 \Leftrightarrow x = \log_8(4) \Leftrightarrow x = \frac{\ln(4)}{\ln(8)} \Leftrightarrow x = \frac{\ln(2^2)}{\ln(2^3)} \Leftrightarrow x = \frac{2\ln(2)}{3\ln(2)} \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}.$		
Sol = $\left\{ \frac{2}{3} \right\}.$		

PARTIE A		
	Page 2/6	Barème
<p>3) On considère la fonction <math>f</math> définie par <math>f(x) = 2x + \ln(2x - 1)</math>.</p> <p>Établir une équation de la tangente au graphique de <math>f</math> au point d'abscisse <math>x = 1</math>.</p>		5 points
<p>La tangente au graphique de <math>f</math> au point d'abscisse <math>x = 1</math> a pour équation : <math>y - f(1) = f'(1) \cdot (x - 1)</math>.</p>		1 pt
<p><math>f(1) = 2 \cdot 1 + \ln(2 \cdot 1 - 1) = 2 + 0 = 2</math>.</p> <p><math>f'(x) = 2 + \frac{2}{2x - 1}</math>.</p> <p><math>f'(1) = 2 + \frac{2}{2 \cdot 1 - 1} = 2 + 2 = 4</math>.</p> <p>La tangente au graphique de <math>f</math> au point d'abscisse <math>x = 1</math> a donc pour équation : <math>y - 2 = 4(x - 1) \Leftrightarrow y = 4x - 2</math>.</p>		4 pts
<p>4) On considère la fonction <math>f</math> définie par <math>f(x) = e^{2x+3} + x</math>.</p> <p>Déterminer la primitive <math>F</math> de <math>f</math> telle que <math>F(-1) = \frac{1}{2}</math>.</p>		5 points
<p><math>F(x) = \int f(x) dx = \frac{1}{2} e^{2x+3} + \frac{x^2}{2} + C \quad (C \in \mathbb{R})</math>.</p>		2 pts
<p><math>F(-1) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} e + \frac{1}{2} + C = \frac{1}{2} \Leftrightarrow C = -\frac{1}{2} e</math>.</p>		2 pts
<p>Donc <math>F</math> est définie par <math>F(x) = \frac{1}{2} (e^{2x+3} + x^2 - e)</math>.</p>		1 pt

PARTIE A		
	Page 3/6	Barème
<p>5) On considère la fonction <math>f</math> définie par <math>f(x) = x^3 - 9x</math>. Le diagramme ci-dessous montre le graphique de <math>f</math>.</p>		
		
<p><b>Calculer l'aire de la surface ombrée.</b></p>		<b>5 points</b>
<p>Soit <math>A</math> l'aire de la surface ombrée. La fonction <math>f</math> est impaire. En effet <math>f(-x) = (-x)^3 - 9(-x) = -x^3 + 9x = -f(x)</math>. Donc le graphique de <math>f</math> est symétrique par rapport à l'origine. D'où : <math>A = 2 \int_{-3}^0 f(x) dx</math>.</p>		1 pt
$A = 2 \int_{-3}^0 (x^3 - 9x) dx = 2 \left[ \frac{x^4}{4} - \frac{9x^2}{2} \right]_{-3}^0 = \left[ \frac{x^4}{2} - 9x^2 \right]_{-3}^0 = 0 - \left( \frac{81}{2} - 81 \right) = \frac{81}{2}$		4 pts
<p>ou :</p> $A = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_0^3 f(x) dx$		1 pt
$A = \int_{-3}^0 (x^3 - 9x) dx - \int_0^3 (x^3 - 9x) dx = \left[ \frac{x^4}{4} - \frac{9x^2}{2} \right]_{-3}^0 - \left[ \frac{x^4}{4} - \frac{9x^2}{2} \right]_0^3$ $= 0 - \left( \frac{81}{4} - \frac{81}{2} \right) - \left( \frac{81}{4} - \frac{81}{2} \right) + 0 = 81 - \frac{81}{2} = \frac{81}{2}$		4 pts

PARTIE A		
	Page 4/6	Barème
<p><b>6) Dans un groupe de 60 étudiants,</b>  <b>38 ne pratiquent ni le football ni le tennis,</b>  <b>15 pratiquent le football,</b>  <b>5 pratiquent les deux sports, football et tennis.</b>  <b>On choisit un étudiant au hasard.</b>  <b>Calculer la probabilité que cet étudiant pratique uniquement le tennis.</b></p>		<b>5 points</b>
<p>Soient les événements :  <math>F</math> : « pratiquer le football » et <math>T</math> : « pratiquer le tennis ».                      On demande <math>P(T \cap \bar{F})</math>.</p>		3 pts
 <p style="text-align: center;">A Venn diagram with two overlapping ovals labeled F and T. The number 60 is written in the top right corner of the diagram's bounding box. The number 10 is in the part of oval F that does not overlap with T. The number 5 is in the intersection of F and T. The number 7 is in the part of oval T that does not overlap with F.</p>		
<p>À l'aide du diagramme ci-dessus, on obtient : <math>P(T \cap \bar{F}) = \frac{7}{60}</math>.</p>		2 pts
<p>ou :</p> $P(T \cap \bar{F}) = P(\bar{F}) \cdot P(T \bar{F}).$		1 pt
<p>Nombre d'étudiants ne pratiquant pas le football : <math>60 - 15 = 45</math>.                      D'où : <math>P(\bar{F}) = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}</math>.                      Parmi les 45 étudiants ne pratiquant pas le football, il y en a 38 qui ne pratiquent pas non plus le tennis. Donc le nombre de ceux qui, parmi les 45, pratiquent le tennis est égal à <math>45 - 38 = 7</math>.                      D'où : <math>P(T \bar{F}) = \frac{7}{45}</math>.                      Finalement : <math>P(T \cap \bar{F}) = \frac{45}{60} \cdot \frac{7}{45} = \frac{7}{60}</math>.</p>		4 pts

PARTIE A		
	Page 5/6	Barème
<p><b>7) Fred tire sur une cible.</b>  <b>La probabilité qu'il atteigne la cible est de <math>\frac{2}{3}</math>.</b>  <b>Il tire 4 fois.</b>  <b>Calculer la probabilité qu'il atteigne la cible au moins une fois.</b></p>		<b>5 points</b>
<p>Soit <math>X</math> le nombre de fois que Fred atteint la cible.  <math>X</math> suit une loi binomiale de paramètres <math>n = 4</math> et <math>p = \frac{2}{3}</math>.</p>		1 pt
<p>On demande <math>P(X \geq 1)</math>.  <math display="block">P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^4 = 1 - \frac{1}{81} = \frac{80}{81}</math></p>		4 pts
<p><b>8) Le nombre d'entraînements auxquels ont assisté le mois dernier 13 membres d'un club de gymnastique est noté ci-dessous :</b>            4, 5, 7, 7, 7, 8, 10, 10, 11, 11, 13, 13, 14 .  <b>Après avoir déterminé la médiane, le premier et le troisième quartiles, représenter les données sur une boîte à moustaches.</b></p>		<b>5 points</b>
<p>Les données de la série sont rangées de gauche à droite dans l'ordre croissant.            La médiane d'une telle série est un nombre qui la partage en deux groupes d'effectifs égaux, le premier étant situé à sa gauche et le deuxième à sa droite. L'effectif total étant de 13 (nombre impair), la médiane est la valeur centrale de cette série, c'est-à-dire la 7<sup>ème</sup> valeur.  <b><math>Mé = 10</math>.</b></p>		1 pt
<p>Les quartiles, <math>q_1</math>, <math>q_2 = Mé</math> et <math>q_3</math> partagent la série en quatre groupes d'effectifs « égaux ». Le premier quartile est la médiane du groupe situé à gauche de la médiane et le troisième quartile est la médiane du groupe situé à droite de la médiane. Chacun des deux groupes comporte 6 (nombre pair) éléments. Dès lors, le premier quartile est la moyenne arithmétique de la troisième et la quatrième valeurs :  <math display="block">q_1 = \frac{7+7}{2} = 7</math> et le troisième quartile est la moyenne arithmétique de la dixième et la onzième valeurs :  <math display="block">q_3 = \frac{11+13}{2} = 12</math></p>		2 pts

PARTIE A																																							
										Page 6/6	Barème																												
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">↓</div> <div style="text-align: center;">↓</div> <div style="text-align: center;">↓</div> </div> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 20px;">4</td> <td style="width: 20px;">5</td> <td style="width: 20px;">7</td> <td style="width: 20px;">7</td> <td style="width: 20px;">7</td> <td style="width: 20px;">8</td> <td style="width: 20px;">10</td> <td style="width: 20px;">10</td> <td style="width: 20px;">11</td> <td style="width: 20px;">11</td> <td style="width: 20px;">13</td> <td style="width: 20px;">13</td> <td style="width: 20px;">14</td> </tr> <tr> <td>min</td> <td></td> <td colspan="2">premier quartile</td> <td></td> <td></td> <td colspan="2">Médiane</td> <td></td> <td colspan="2">troisième quartile</td> <td></td> <td>max</td> </tr> </table> <p style="margin-top: 20px;">Premier quartile = <math>\frac{7+7}{2} = 7</math></p> <p style="margin-left: 40px;">Médiane = 10</p> <p>Troisième quartile = <math>\frac{11+13}{2} = 12</math></p> <hr style="border-top: 1px dotted black;"/> <p>D'où la boîte à moustaches :</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> </div> <hr style="border-top: 1px dotted black;"/> <p><u>Remarque :</u>                  La définition des quartiles que nous avons utilisée est celle de TInSpire.                  Il en existe d'autres qui ne donnent pas les mêmes résultats.                  On obtient dans certains cas comme premier quartile la quatrième valeur : <math>q_1 = 7</math> et                  comme troisième quartile la dixième valeur : <math>q_3 = 11</math>.                  Si des étudiants se réfèrent à une telle définition avec des résultats cohérents avec                  celle-ci, leur réponse est acceptable.</p>													4	5	7	7	7	8	10	10	11	11	13	13	14	min		premier quartile				Médiane			troisième quartile			max	2 pts
4	5	7	7	7	8	10	10	11	11	13	13	14																											
min		premier quartile				Médiane			troisième quartile			max																											