AIDE À LA CORRECTION

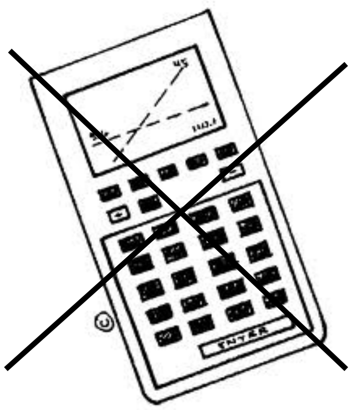
MATHÉMATIQUES 3 PÉRIODES

PARTIE A

DATE : 11 juin 2018, après-midi

DURÉE DE L'EXAMEN :

1 heure (60 minutes)



MATÉRIEL AUTORISÉ :

Examen sans support technologique

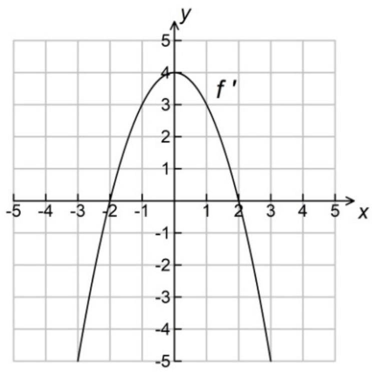
Crayon pour les graphiques

REMARQUES PARTICULIÈRES :

- Il est indispensable que les réponses soient accompagnées des explications nécessaires à leur élaboration.
- Les réponses doivent mettre en évidence le raisonnement qui amène aux résultats ou solutions.
- Lorsque des graphes sont utilisés pour trouver une solution, la réponse doit inclure des esquisses de ceux-ci.

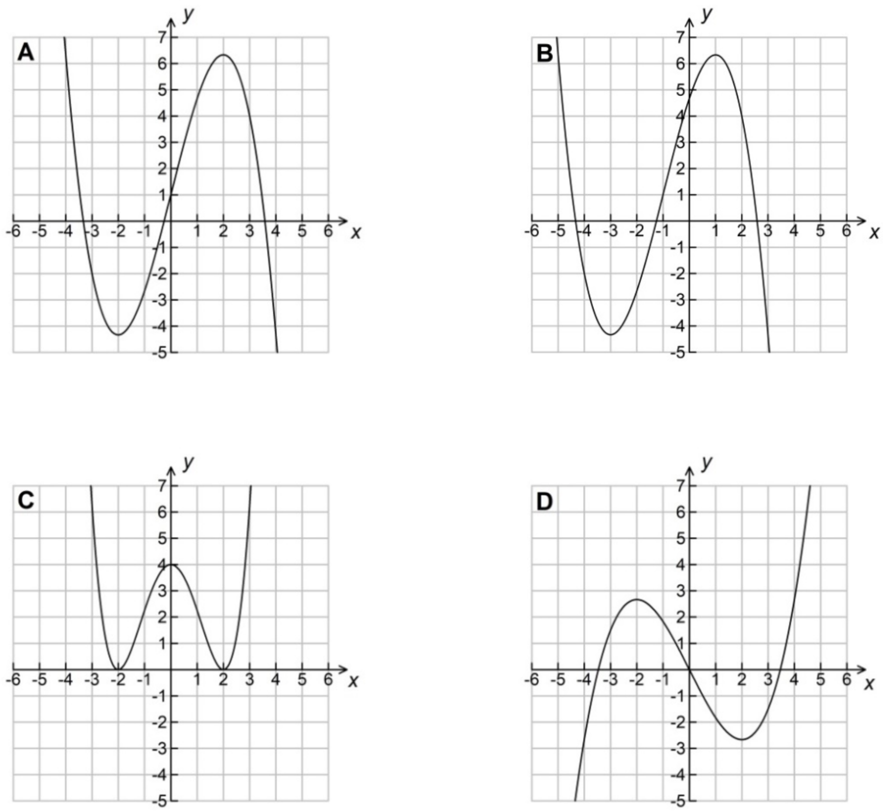
- Sauf indication contraire dans la question, la totalité des points ne pourra être attribuée à une réponse correcte en l'absence du raisonnement et des explications qui permettent d'arriver aux résultats ou solutions.

- Lorsqu'une réponse est incorrecte, une partie des points pourra cependant être attribuée lorsqu'une méthode appropriée et/ou une approche correcte ont été utilisées.

PARTIE A		
	Page 1/6	**Barème**
1) On considère les fonctions f et g définies par $$f(x)=2\cdot\ln(3x-2) \quad \textbf{et} \quad g(x)=2\ .$$ **Calculer les coordonnées du point d'intersection de leurs graphiques.** $f(x)=g(x) \Leftrightarrow 2\ln(3x-2)=2 \Leftrightarrow$ $\ln(3x-2)=1 \Leftrightarrow 3x-2=\mathrm{e} \Leftrightarrow x=\dfrac{\mathrm{e}+2}{3}$. Le point d'intersection des graphiques des fonctions f et g a donc pour coordonnées $\left(\dfrac{\mathrm{e}+2}{3}\,;2\right)$.		**5 points**
Identifier $f(x)$ et $g(x)$: 1 point. Calcul pour trouver l'abscisse du point : 3 points. Coordonnées du point : 1 point.		
2) Le diagramme ci-dessous montre le graphique de f', la dérivée d'une fonction polynomiale f.  **Un seul des quatre diagrammes A, B, C et D ci-dessous montre le graphique de la fonction f. Identifier ce diagramme et expliquer la réponse.**		**5 points**

PARTIE A

	Page 2/6	Barème



D'après le graphique de f', on dresse le tableau des variations de f :

x		-2		2	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
f	↘	min	↗	Max	↘

C'est donc le diagramme **A** qui montre le graphique de la fonction f.

Identification du diagramme **A** sans aucune explication : 0 point.
Avec le tableau des variations : 5 points.
Avec une autre explication : répartition des points laissée à l'appréciation du correcteur ; même en cas d'explication incomplète, des points peuvent être attribués.

3) On considère la fonction f définie par $f(x) = x^3 + ax$.

Étant donné que $f'(2) = 0$, déterminer la valeur de a. **5 points**

$f'(x) = 3x^2 + a$.

$f'(2) = 0 \Leftrightarrow 12 + a = 0 \Leftrightarrow a = -12$.

Calcul de $f'(x)$: 2 points.
Détermination de a : 3 points.

PARTIE A		
	Page 3/6	**Barème**

4) Calculer $\int_{-2}^{0} \frac{2}{2x+5}\,dx$. — **5 points**

On pose $u = 2x+5$. D'où $du = 2dx$. Si $x = -2$, alors $u = 1$ et si $x = 0$, alors $u = 5$.

Donc $\int_{-2}^{0} \frac{2}{2x+5}dx = \int_{1}^{5} \frac{du}{u} = \left[\ln|u|\right]_1^5 = \left[\ln(u)\right]_1^5 = \ln(5) - \ln(1) = \ln(5)$.

<u>Ou</u> directement :

$$\int_{-2}^{0} \frac{2}{2x+5}dx = \left[\ln|2x+5|\right]_{-2}^{0} = \left[\ln(2x+5)\right]_{-2}^{0} = \ln(5) - \ln(1) = \ln(5).$$

Primitive correcte : 3 points.
Calcul de la valeur de l'intégrale : 2 points.

5) On considère la fonction f définie par — **5 points**

$$f(x) = x^2 - 6x.$$

Calculer l'aire de la surface bornée délimitée par le graphique de f et l'axe des abscisses.

Abscisses des points d'intersection du graphique de *f* avec l'axe des abscisses : $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x(x-6) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 6$.
Le graphique de *f* est une parabole d'axe parallèle à l'axe des ordonnées (fonction du second degré) et *f* admet un minimum (coefficient de $x^2 = 1 > 0$) <u>ou</u> esquisse du graphique de *f*.
Entre les abscisses 0 et 6, le graphique de *f* est en-dessous de l'axe des abscisses. Donc l'aire demandée est

$$A = -\int_{0}^{6} (x^2 - 6x)dx = -\left[\frac{x^3}{3} - 3x^2\right]_0^6 = -\left[x^2\left(\frac{x}{3} - 3\right)\right]_0^6$$

$= -36(2-3) = 36$.

<u>Ou</u> : $A = \int_0^6 |x^2 - 6x|dx$. On étudie le signe de $x^2 - 6x$:

x		0		6	
$x^2 - 6x$	+	0	−	0	+

Donc $A = \int_0^6 -(x^2 - 6x)dx = ... = 36$.

PARTIE A

	Page 4/6	**Barème**

Abscisses des points d'intersection du graphique de *f* avec l'axe des abscisses : 1 point.
Position de la courbe par rapport à l'axe des abscisses (avec ou sans graphique) ou signe de la fonction : 1 point.
Calcul d'une primitive de *f* : 2 points.
Calcul de la valeur de l'aire : 1 point.

6) Dans une bibliothèque, il y a 40 romans policiers.
Dans chaque roman, il y a exactement un assassin.
Un quart de ces romans sont écrits par des femmes.
Dans exactement 8 romans écrits par des femmes, l'assassin est une femme.
Dans exactement 8 romans écrits par des hommes, l'assassin est une femme.

Expliquer pourquoi les événements « l'auteur est une femme » et « l'assassin est une femme » ne sont pas indépendants. — **5 points**

	Aut. F.	Aut. H.	Tot.
Ass. F.	8	8	16
Ass. H.	2	22	24
Tot.	10	30	40

$$P(\text{auteur femme}) = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{assassin femme}) = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$$

$$P(\text{aut.F.} \cap \text{ass. F.}) = \frac{8}{40} = \frac{1}{5} \neq \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5}$$

$= \frac{1}{10}$. Donc $P(\text{aut. F.} \cap \text{ass. F.}) \neq P(\text{aut. F.}) \cdot P(\text{ass. F.})$

<u>Ou</u> :

$$P(\text{ass. F.} | \text{aut. F.}) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \neq \frac{2}{5}\ .$$

Donc

$$P(\text{ass. F.} | \text{aut. F.}) \neq P(\text{ass. F.})$$

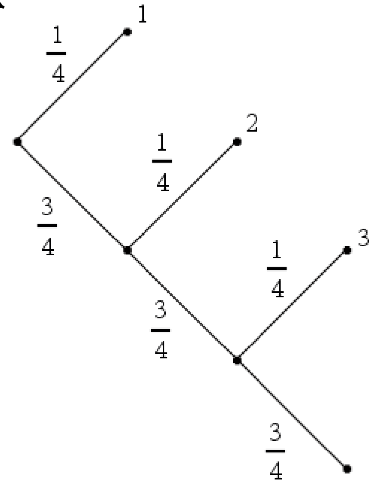
<u>Ou</u> :

$$P(\text{aut. F.} | \text{ass. F.}) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \neq \frac{1}{4}\ .$$

Donc $P(\text{aut. F.} | \text{ass. F.}) \neq P(\text{aut. F.})$

On peut déduire d'un de ces trois raisonnements que les événements « l'auteur est une femme » et « l'assassin est une femme » ne sont pas indépendants.

PARTIE A		
	Page 5/6	**Barème**
Plus naturellement : l'assassin est une femme dans le même nombre de romans (8) écrits par des femmes ou par des hommes. Or il y a trois fois plus d'auteurs hommes que femmes. Donc la probabilité que l'assassin soit une femme dans un roman écrit par une femme sera trois fois plus grande que dans un roman écrit par un homme. Ce qui veut dire que l'événement « l'assassin est une femme » dépend bien de l'événement « l'auteur est une femme ».		
La répartition des points est laissée à l'appréciation du correcteur.		
7) **Lors d'un entraînement de saut en hauteur, un athlète essaie de sauter** 1,90 m**.** **À chaque essai, sa probabilité de réussite est de** $\frac{1}{4}$**.** **Calculer la probabilité que l'athlète réussisse s'il dispose de** 3 **essais maximum.** Soit l'événement S_i : « l'athlète réussit au $i^{\text{ème}}$ essai ». On suppose que S_1, S_2 et S_3 sont indépendants. $P(\text{réussite}) = P(S_1) + P(\bar{S}_1 \cap S_2) + P(\bar{S}_1 \cap \bar{S}_2 \cap S_3)$ <u>Ou</u> arbre : Donc P(réussite) $= \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \frac{1}{4}$ $= \frac{1}{4}\left(1 + \frac{3}{4} + \frac{9}{16}\right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{16+12+9}{16} = \frac{37}{64}$.		**5 points**
La répartition des points est laissée à l'appréciation du correcteur. Pour un arbre correct, on peut donner 2 points.		



PARTIE A		
	Page 6/6	**Barème**

8) Dans une compétition, les participants sont divisés en deux groupes A et B.

Dans le groupe A, la moyenne et la médiane sont toutes les deux de 18 points et l'écart interquartile est de 4 points.

Dans le groupe B, les points sont : 17 21 20 20 15 22 18 19 .

Comparer les deux groupes en utilisant les moyennes, les médianes et les écarts interquartiles. — **5 points**

Déterminons les paramètres du groupe B :

La moyenne $\mu = \dfrac{17+21+20+20+15+22+18+19}{8} = 19$.

Pour déterminer la médiane et les quartiles, on aligne les données dans l'ordre croissant :

$$15 \quad 17 \;\Big|\; 18 \quad 19 \;\Big|\; 20 \quad 20 \;\Big|\; 21 \quad 22$$

$q_1 = 17{,}5$ Mé $= 19{,}5$ $q_3 = 20{,}5$

Comparons les valeurs centrales de A et de B :
les moyennes : $19 > 18$ et les médianes : $19{,}5 > 18$.
Donc dans l'ensemble, le groupe B est meilleur que le groupe A.

Comparons les écarts interquartiles : $q_3 - q_1 = 3 < 4$.

Donc le groupe B est plus homogène que le groupe A.

Calcul des paramètres du groupe B : 3 points.
Comparaison des deux groupes : 2 points.