AIDE À LA CORRECTION

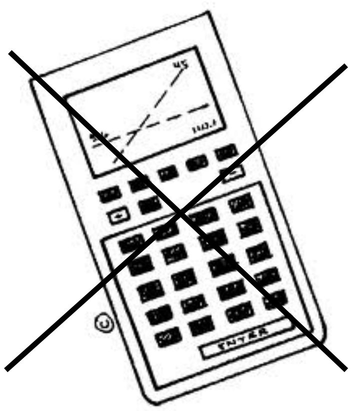
MATHÉMATIQUES 3 PÉRIODES

PARTIE A

DATE : 11 juin 2019, après-midi

DURÉE DE L'EXAMEN :

1 heure (60 minutes)



MATÉRIEL AUTORISÉ :

Examen sans support technologique

Crayon pour les graphiques

REMARQUES PARTICULIÈRES :

- Il est indispensable que les réponses soient accompagnées des explications nécessaires à leur élaboration.
- Les réponses doivent mettre en évidence le raisonnement qui amène aux résultats ou solutions.
- Lorsque des graphes sont utilisés pour trouver une solution, la réponse doit inclure des esquisses de ceux-ci.

- Sauf indication contraire dans la question, la totalité des points ne pourra être attribuée à une réponse correcte en l'absence du raisonnement et des explications qui permettent d'arriver aux résultats ou solutions.

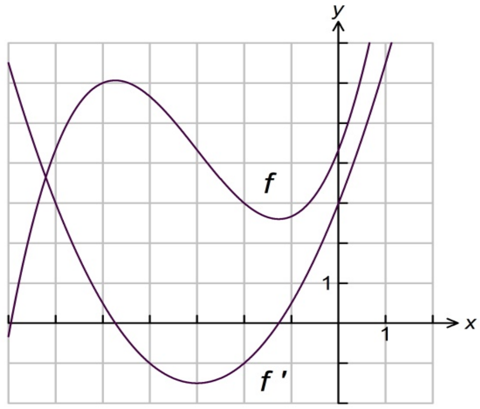
- Lorsqu'une réponse est incorrecte, une partie des points pourra cependant être attribuée lorsqu'une méthode appropriée et/ou une approche correcte ont été utilisées.

PARTIE A		
	Page 1/7	Barème
1) Résoudre l'équation $e^{4x-1}=1$**.**		**5 points**
$e^{4x-1}=1 \Leftrightarrow 4x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{4}$.		
$e^{4x-1}=1 \Leftrightarrow 4x-1=0$: 3 points. Solution : 2 points.		

PARTIE A

	Page 2/7	Barème

2) Le diagramme ci-dessous montre le graphique d'une fonction *f* et celui de sa fonction dérivée f' .



Établir une équation de la tangente au graphique de *f* au point d'abscisse $x = -2$. — **5 points**

1

<u>1ère méthode</u> :
On utilise la formule de la tangente au graphique d'une fonction en un de ses points : la tangente au graphique de *f* au point d'abscisse $x = -2$ a pour équation $y - f(-2) = f'(-2)(x - (-2))$.
On lit sur le graphique de *f* : $f(-2) = 3$.
On lit sur le graphique de f' : $f'(-2) = -1$.
Donc la tangente au graphique de *f* au point d'abscisse $x = -2$ a pour équation $y - 3 = (-1)(x + 2) \Leftrightarrow y = -x + 1$.

Connaissance de la formule : 2 points.
Lecture sur le graphique : 1 point pour *f*, 1 point pour f'.
Équation de la tangente : 1 point.

<u>2ème méthode</u> :
On lit sur le graphique de f' : $f'(-2) = -1$ et on en déduit que la tangente au graphique de *f* au point d'abscisse $x = -2$ a pour équation $y = (-1)x + k, (k \in \mathbb{R})$.
On lit sur le graphique de *f* : $f(-2) = 3$. Le point de coordonnées $(-2\,;3)$ doit donc vérifier l'équation de la tangente.
Par conséquent : $3 = 2 + k \Leftrightarrow k = 1$.
Finalement la tangente au graphique de *f* au point d'abscisse $x = -2$ a pour équation $y = -x + 1$.

Lecture sur le graphique de f' : 1 point.
Équation de la tangente en fonction de *k* : 1 point.
Lecture sur le graphique de *f* : 1 point.
Détermination de la constante et équation de la tangente : 2 points.

Pour une solution qui s'appuierait exclusivement sur le graphique de *f*, accorder au maximum 3 points.

PARTIE A

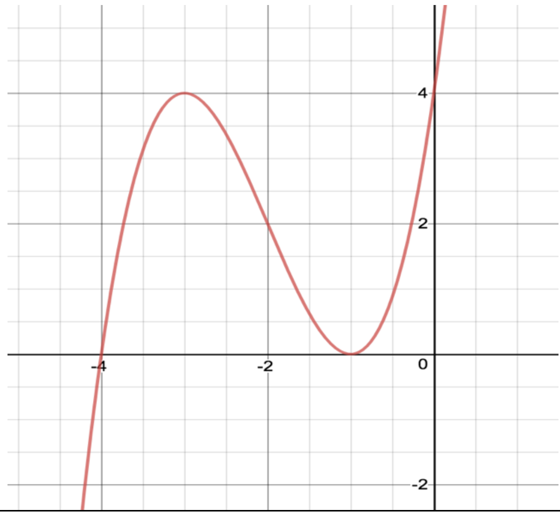
	Page 3/7	Barème

3) Le tableau ci-dessous donne des informations sur la fonction f et sur sa fonction dérivée f'.

x	-4	-3	-2	-1	0
$f(x)$	0	4	2	0	4
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Donner une esquisse d'une représentation graphique possible de cette fonction f. — **5 points**

Par exemple :



1 point pour le tracé correct du graphique au voisinage de chacun des 5 points .

4) On considère la fonction f définie par

$$f(x) = 2x + 3 + \frac{1}{x+3}, \quad x > -3.$$

Déterminer la primitive F de f telle que $F(-2) = 2$. — **5 points**

L'ensemble des primitives de f : $\int f(x)dx = x^2 + 3x + \ln(x+3) + k$, $k \in \mathbb{R}$.

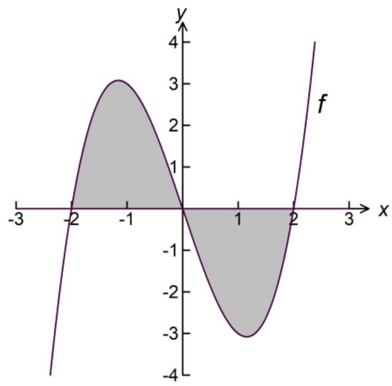
La primitive F de f est telle que $F(-2) = 2 \Leftrightarrow (-2)^2 + 3(-2) + \ln(1) + k = 2$

$\Leftrightarrow 4 - 6 + k = 2 \Leftrightarrow k = 4$.

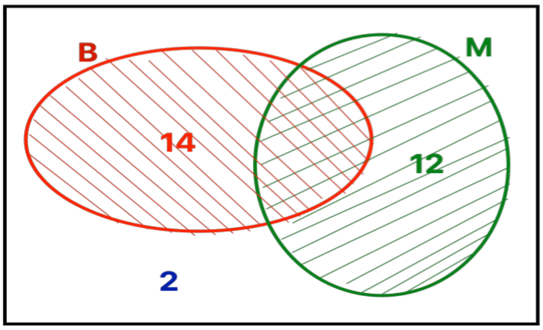
La primitive F de f telle que $F(-2) = 2$ est donc définie par

$F(x) = x^2 + 3x + \ln(x+3) + 4$, $x > -3$.

Ensemble des primitives de f : 2 points.
Calcul de la constante : 2 points.
Expression de la primitive F : 1 point.

PARTIE A		
	Page 4/7	**Barème**
5) Le diagramme ci-contre montre le graphique de la fonction *f* définie par $$f(x) = x^3 - 4x.$$ **Calculer l'aire de la surface ombrée.** 		**5 points**
Le graphique de *f* coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses $x=-2$, $x=0$ et $x=2$. L'aire de la surface ombrée $A=\int_{-2}^{2}\lvert f(x)\rvert dx$. $f(x)\geq 0$ sur $\left[-2\,;0\right]$ et $f(x)\leq 0$ sur $\left[0\,;2\right]$. Donc $A=\int_{-2}^{0}(x^3-4x)dx-\int_{0}^{2}(x^3-4x)dx=\left[\frac{x^4}{4}-2x^2\right]_{-2}^{0}-\left[\frac{x^4}{4}-2x^2\right]_{0}^{2}$ $=0-(4-8)-(4-8-0)=8.$ <u>OU</u> : On utilise le fait que la fonction *f* est impaire ; en effet $f(-x)=(-x)^3-4(-x)=-x^3+4x=-f(x)\Leftrightarrow$ le graphique de *f* est symétrique par rapport à l'origine. $A=2\int_{-2}^{0}(x^3-4x)dx=2\left[\frac{x^4}{4}-2x^2\right]_{-2}^{0}=2(0-(4-8))=8$ ou $A=-2\int_{0}^{2}(x^3-4x)dx=-2\left[\frac{x^4}{4}-2x^2\right]_{0}^{2}=-2(4-8-0)=8.$		
Abscisses des points d'intersection avec l'axe des abscisses : 1 point. Formulation correcte de l'aire : 2 points. Calcul numérique : 2 points.		

<table>
<tr><th colspan="3">PARTIE A</th></tr>
<tr><td></td><td>Page 5/7</td><td>Barème</td></tr>
<tr><td colspan="2">6) Dans une classe de 21 élèves,
12 élèves étudient la biologie,
14 élèves étudient la musique et
2 élèves n'étudient ni la biologie ni la musique.

Calculer la probabilité qu'un élève choisi au hasard dans cette classe étudie à la fois la biologie et la musique.</td><td>5 points</td></tr>
<tr><td colspan="2">1$^{\text{ère}}$ méthode :
On détermine le nombre d'élèves de la classe qui étudient à la fois la biologie et la musique.
Il y a $21-2=19$ élèves qui étudient la biologie et/ou la musique.
Il y a donc $12+14-19=7$ élèves qui étudient à la fois la biologie et la musique.
OU : on utilise un diagramme de Venn : dans la classe de 21 élèves, il y a l'ensemble B de ceux qui étudient la biologie, l'ensemble M de ceux qui étudient la musique et les 2 élèves qui n'étudient ni la biologie ni la musique.


Soit x le nombre d'élèves qui étudient à la fois la biologie et la musique.
On a : $14+12+2-x=21 \Leftrightarrow x=7$.
La probabilité qu'un élève choisi au hasard dans la classe étudie à la fois la biologie et la musique est donc égale à $\frac{7}{21}=\frac{1}{3}$.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Nombre d'élèves étudiant à la fois la biologie et la musique : 3 points.
Probabilité d'étudier à la fois la biologie et la musique : 2 points.</td><td></td></tr>
</table>

PARTIE A

	Page 6/7	Barème

2$^{\text{ème}}$ méthode :

On considère les événements :
B : « L'élève étudie la biologie » et M : « L'élève étudie la musique ».
Il faut déterminer $P(B \cap M)$.

$P(B) = \frac{12}{21}$, $P(M) = \frac{14}{21}$ et $P(B \cup M) = 1 - \frac{2}{21} = \frac{19}{21}$.

Donc $P(B \cap M) = P(B) + P(M) - P(B \cup M) = \frac{12}{21} + \frac{14}{21} - \frac{19}{21} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$.

La probabilité qu'un élève choisi au hasard dans la classe étudie à la fois la biologie et la musique est donc égale à $\frac{1}{3}$.

Détermination des probabilités $P(B), P(M)$ et $P(B \cup M)$: 2 points.
Connaissance de la formule $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$: 1 point.
Calcul de la probabilité demandée : 2 points.

3$^{\text{ème}}$ méthode :

On utilise un tableau à double entrée :

	M	$\bar{M}$	Tot
B	7	5	12
$\bar{B}$	7	2	9
Tot	14	7	21

Des données (en noir), on déduit les autres éléments (en rouge) du tableau.

La probabilité qu'un élève choisi au hasard dans la classe étudie à la fois la biologie et la musique est égale à $\frac{7}{21} = \frac{1}{3}$.

Tableau : 3 points.
Calcul de la probabilité demandée : 2 points.

PARTIE A

	Page 7/7	Barème

7) Des tranches identiques de pain grillé sont beurrées d'un seul côté.

On sait, par expérience, que si une tranche de pain grillé tombe par terre, la probabilité qu'elle tombe sur le côté beurré est de $\frac{3}{5}$.

3 **tranches de pain grillé tombent par terre.**

Calculer la probabilité qu'exactement 2 **de ces tranches tombent sur le côté beurré.** — **5 points**

Soit X le nombre de tranches de pain grillé qui tombent sur le côté beurré . X suit une loi binomiale avec $n = 3$ et $p = \frac{3}{5}$.

$$P(X=2) = \binom{3}{2}\left(\frac{3}{5}\right)^2\left(1-\frac{3}{5}\right) = 3 \cdot \frac{9}{25} \cdot \frac{2}{5} = \frac{54}{125}.$$

Expression de la probabilité demandée sous la forme $3p^2(1-p)$: 3 points.
(On accordera 1 point à l'élève qui reconnaît une binomiale avec ses paramètres).
Calcul numérique de la probabilité demandée : 2 points.

8) 10 **élèves ont obtenu les résultats suivants lors d'un test :**

10 2 5 7 8 5 6 7 8 4

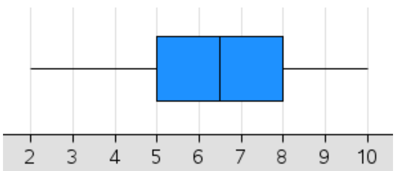
Déterminer la médiane, le premier et le troisième quartiles et représenter les données par une boîte à moustaches. — **5 points**

On range les données par ordre croissant :

2 4 5 5 6 7 7 8 8 10

↑ ↑ ↑

La médiane est égale à 6,5 , le premier quartile $q_1 = 5$ et le deuxième quartile $q_3 = 8$.



Détermination de la médiane et des premier et troisième quartiles : 3 points.
Boîte à moustaches : 2 points.