$\mathbf{f}(x):=-x^2-2\cdot x+5$ ▸ *Terminé*

$\mathbf{g}(x):=x+1$ ▸ *Terminé*

a) <u>4 points</u> :

Graphiques de *f* et *g* (2 pts) : voir →

En utilisant le graphique, on trouve les coordonnées des points d'intersection : **(−4 ; −3) et (1 ; 2).** (2 pts)

On peut aussi déterminer les abscisses de ces points en résolvant l'équation $\mathbf{f}(x)=\mathbf{g}(x)$:

$\text{solve}(\mathbf{f}(x)=\mathbf{g}(x),x)$ ▸ $x=-4$ or $x=1$

On calcule ensuite les ordonnées :

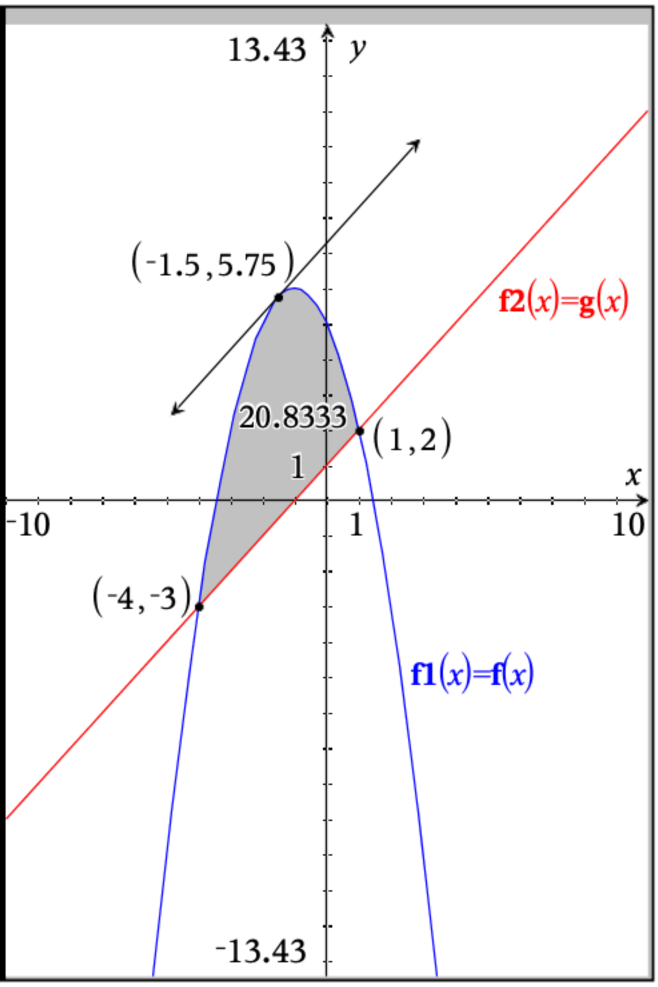
$\mathbf{f}(-4)$ ▸ -3 ou $\mathbf{g}(-4)$ ▸ -3 et $\mathbf{f}(1)$ ▸ 2 ou $\mathbf{g}(1)$ ▸ 2

b) <u>2 points</u>

L'aire peut être déterminée graphiquement. Voir →

ou on calcule :

$$\int_{-4}^{1} |\mathbf{f}(x)-\mathbf{g}(x)|\, dx \;▸\; \frac{\mathbf{125}}{\mathbf{6}} \approx \mathbf{20.8333}\ .$$



c) <u>4 points</u>

La dérivée *fp* de *f* est définie par :

$\mathbf{fp}(x):=\frac{d}{dx}(\mathbf{f}(x))$ ▸ *Terminé*

On résout $\mathbf{fp}(x)=1$ (2 pts)

$\text{solve}(\mathbf{fp}(x)=1,x)$ ▸ $x=\frac{-3}{2}$

L'abscisse du point est $\frac{\mathbf{-3}}{\mathbf{2}}$ **.** (2 pts)

La tangente en ce point est tracée sur le graphique (non demandé aux élèves).

$f(x):=48\cdot\left(1-e^{-0.6\cdot x}\right)$ ▸ *Terminé*

a) <u>2 points</u>

$f(1)$ ▸ 21.657 (1 pt) $f(6)$ ▸ 46.6885 (1 pt)

Teneur en théine après 1 minute : 21,7 mg/g

Teneur en théine après 6 minutes : 46,7 mg/g

b) <u>3 points</u> Graphique de *f* : voir →

c) <u>3 points</u> $\lim_{x\to\infty}(f(x))$ ▸ 48. (1 pt)

La limite supérieure de la teneur en théine est de 48 mg/g. (2 pts)

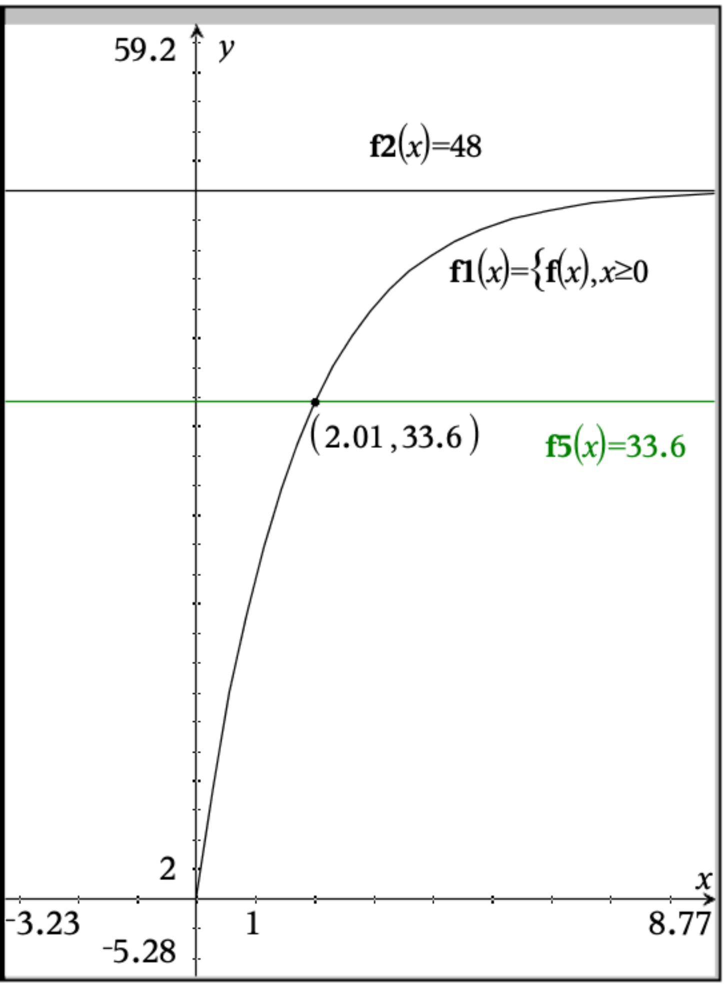
Voir graphique (pas demandé aux élèves) →

d) <u>3 points</u> : on résout $f(x)=33{,}6$. (1 pt)

$\text{solve}(f(x)=33.6,x)$ ▸ $x=2.00662$

Après 2,0 minutes (2 pts) **la teneur en théine atteint 33,6 mg/g. A ce moment le thé est prêt à être consommé.**

On peut aussi trouver ce résultat sur le graphique par la commande intersection de la calculatrice. Voir→



e) <u>4 points</u>

$g(x):=\dfrac{37}{1+e^{-3\cdot x+6}}$ ▸ *Terminé*

$gp(x):=\dfrac{d}{dx}(g(x))$ ▸ *Terminé*

On détermine la valeur de x pour laquelle $gp(x)$ est maximale. (méthode : 2 pts)

$\text{fMax}(gp(x),x)$ ▸ $x=2$

ou on utilise le graphique de **gp** : voir→

ou on définit $gpp(x):=\dfrac{d}{dx}(gp(x))$ ▸ *Terminé*,

on résout $gpp(x)=0$: $\text{solve}(gpp(x)=0,x)$ ▸ $x=2$

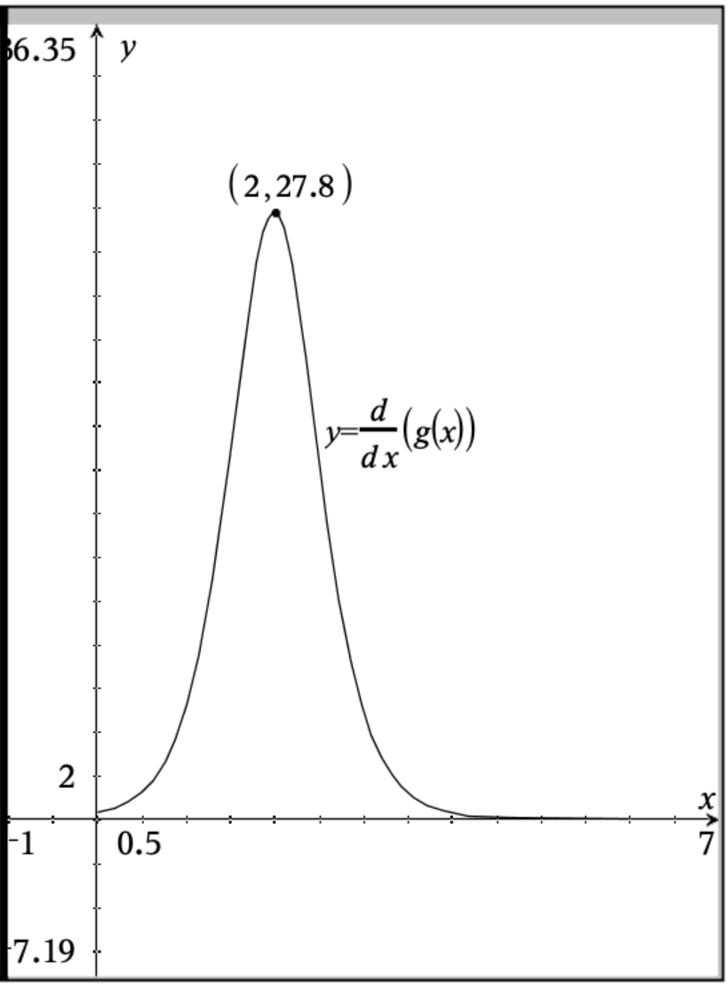
et on vérifie : $\text{solve}(gpp(x)>0,x)$ ▸ $x<2$

et : $\text{solve}(gpp(x)<0,x)$ ▸ $x>2$

La fonction **gp** admet donc un maximum en $x=2$.

Le goût du thé est optimal après 2 minutes.

(2 pts)



2019 MATH 3 – B3 – Probabilités (15 points)

a) **<u>3 points</u>** : Soit X le volume de jus d'ananas versé dans chaque canette.

$P(\text{mal remplie} \mid \text{ananas}) = 1 - P(31{,}5 \le X \le 34) = 1 - \text{normCdf}(31.5,34,32.5,0.5)$ (norm + param : 1 pt)

ou $P(X < 31{,}5) + P(X > 34) = \text{normCdf}(-\infty,31.5,32.5,0.5) + \text{normCdf}(34,\infty,32.5,0.5) \blacktriangleright \mathbf{0.0241}$ (2 pts)

b) **<u>3 points</u>**

$P(\text{mal remplie}) = P(\text{mal remplie} \mid \text{ananas}) \cdot P(\text{ananas}) + P(\text{mal remplie} \mid \text{thé glacé}) \cdot P(\text{thé glacé})$ (1 pt)

$= 0.0241 \cdot 0.6 + 0.0325 \cdot 0.4$ (1 pt) $\approx \mathbf{0.0275}$

c.–à–d. **2,75 % de toutes les cannettes sont mal remplies.** (1 pt)

c) **<u>3 points</u>** $P(\text{ananas} \mid \text{mal remplie}) = \dfrac{P(\text{ananas} \cap \text{mal remplie})}{P(\text{mal remplie})}$ (1 pt)

$= \dfrac{P(\text{mal remplie} \mid \text{ananas}) \cdot P(\text{ananas})}{P(\text{mal remplie})} = \dfrac{0.0241 \cdot 0.6}{0.02746} = \mathbf{0.526584}$ (2 pts)

ou en utilisant l'arrondi donné en b) : $\dfrac{0.0241 \cdot 0.6}{0.0275} = \mathbf{0.525818}$ (2 pts)

d) **<u>3 points</u>** : Soit Y le nombre de canettes mal remplies parmi les 6.

$P(\text{exactement 1 mal remplie dans un paquet de 6}) = P(Y = 1)$ (binom + param : 1 pt)

$= \text{binomPdf}(6,0.0241,1) = \mathbf{0.127996} \approx \mathbf{0.128}$ (2 pts)

e) **<u>3 points</u>** : $P(\text{plus d' 1 mal remplie dans un paquet de 6}) = P(2 \le Y \le 6) = \text{binomCdf}(6,0.0241,2,6)$ ou

$1 - P(Y=0 \text{ ou } Y=1) = 1 - \text{binomCdf}(6,0.0241,0,1) \blacktriangleright 0.008167 \approx \mathbf{0.0082}$ (méthode : 1 pt – calcul : 2 pts)

2019 MATH 3 – B4 – Statistiques (20 points)

$f(x) := e^{5.745+0.04 \cdot x} \blacktriangleright$ *Terminé*

a) **<u>5 points</u>**

Nuage de points (2 pts) **et**

graphique de f (3 pts) : voir →

b) **<u>2 points</u>** : on calcule $f(5)$ (1 pt)

$f(5) \blacktriangleright 381.839 \approx \mathbf{382}$

382 millions de tonnes en 2015. (1 pt)

c) **<u>3 points</u>** : on résout $f(x)=450$ (1 pt)

$\text{solve}(f(x)=450,x) \blacktriangleright x=9.10619$

Le plus petit entier > x est 10.

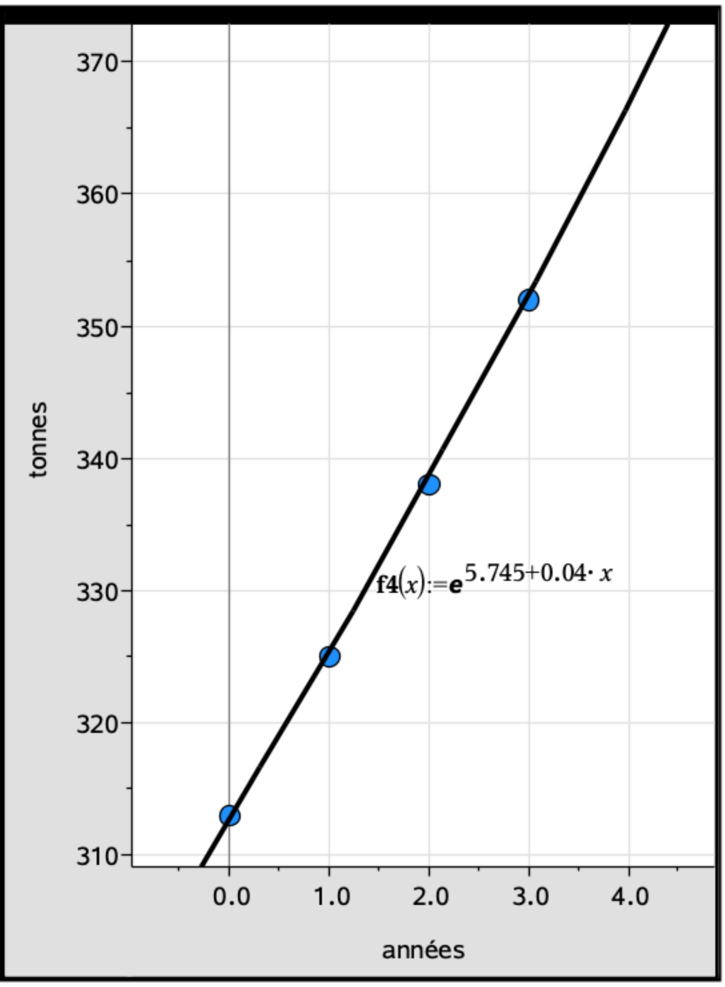
Vérification : $f(9) \blacktriangleright 448.093$ et $f(10) \blacktriangleright 466.38$.

La production dépassera pour la première fois 450 millions tonnes en 2020. (2 pts)

d) **<u>4 points</u>**

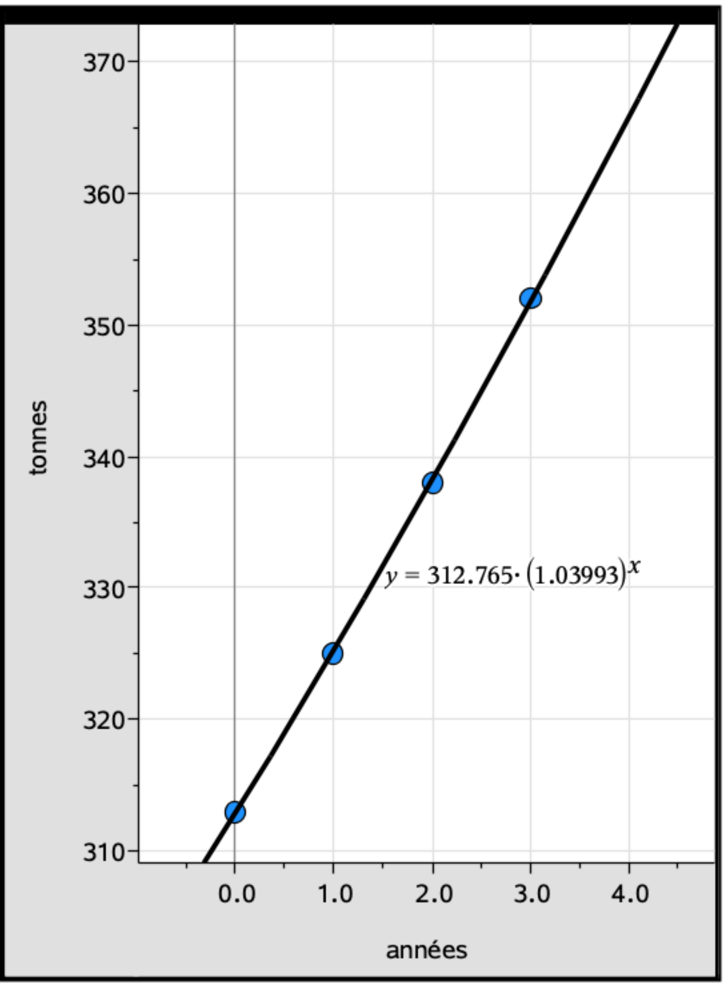
Voir tableau et graphique (non demandé aux élèves) page suivante. Résultat :

$\mathbf{f1(x) = 312.765 \cdot (1.03993)^x}$ et $\mathbf{b \approx 1{,}0399}$.



	A an...	B to...	C	D	E
=				=ExpReg('années	
1	0	313	Titre	Régression expo...	
2	1	325	RegEq..	a*b^x	
3	2	338	a	312.765	
4	3	352	b	1.03993	
5			r²	0.999713	
6			r	0.999857	
7			Resid	{0.23545322396...	
8			ResidT..	{7.52529801470...	
9					
10					
11					
12					
13					
14					

D1 ="Régression exponentielle "



e) **<u>3 points</u>**

$g(x) := 313 \cdot (1.04)^x$ ▸ *Terminé*

Taux de croissance annuel en pourcentage : $(1.04-1) \cdot 100$ % (explication : 1 pt)

$=$ **4,0 % par an.** (2 pts)

f) **<u>3 points</u>**

$f(10)$ ▸ 466.38 **et** $g(10)$ ▸ 463.316 (2 pts)

Selon le modèle *f*, la production estimée en 2020 est de 466,38 millions de tonnes et selon le modèle *g*, elle est de 463,316 millions de tonnes.

Si on introduit l'expression de $f(x)$ dans la calculatrice, on obtient

$e^{5.745+0.04 \cdot x}$ ▸ $312.624 \cdot (1.04081)^x$ ou $f(x)$ ▸ $312.624 \cdot (1.04081)^x$

$f(x) = 312.624 \cdot (1.04081)^x \approx 313 \cdot 1.04^x = g(x)$

Les deux modèles *f* et *g* sont approximativement les mêmes. (1 pt)