

AIDE À LA CORRECTION

MATHÉMATIQUES 3 PÉRIODES

PARTIE A

QUESTIONS DE RÉSERVE

DATE : 7.09.2020, après-midi

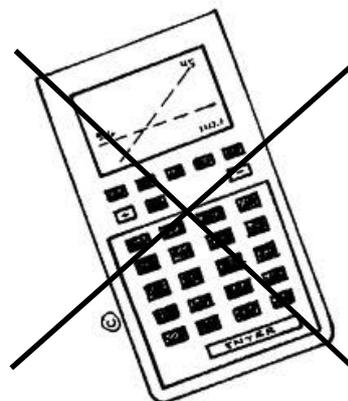
DURÉE DE L'EXAMEN :

1 heure (60 minutes)

MATÉRIEL AUTORISÉ :

Examen sans support technologique

Crayon pour les graphiques



REMARQUES PARTICULIÈRES :

- Il est indispensable que les réponses soient accompagnées des explications nécessaires à leur élaboration.
- Les réponses doivent mettre en évidence le raisonnement qui amène aux résultats ou solutions.
- Lorsque des graphes sont utilisés pour trouver une solution, la réponse doit inclure des esquisses de ceux-ci.
- Sauf indication contraire dans la question, la totalité des points ne pourra être attribuée à une réponse correcte en l'absence du raisonnement et des explications qui permettent d'arriver aux résultats ou solutions.
- Lorsqu'une réponse est incorrecte, une partie des points pourra cependant être attribuée lorsqu'une méthode appropriée et/ou une approche correcte ont été utilisées.

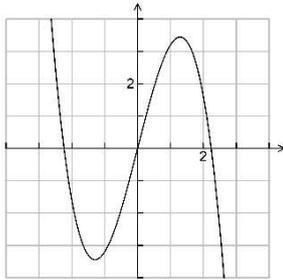
PARTIE A		
	Page 1/6	Barème
<p>1) On considère la fonction f définie par</p> $f(x) = 2e^{x+1} - 4.$ <p>Calculer les coordonnées des points d'intersection du graphique de f avec les axes de coordonnées.</p>		5 points
<p>Point d'intersection avec l'axe des ordonnées : $f(0) = 2e - 4$. D'où le point de coordonnées $(0 ; 2e - 4)$.</p> <p>Point d'intersection avec l'axe des abscisses : $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2e^{x+1} - 4 = 0$ $\Leftrightarrow e^{x+1} = 2 \Leftrightarrow x = \ln(2) - 1$. D'où le point de coordonnées $(\ln(2) - 1 ; 0)$.</p>		
<p>Écriture de $f(0) =$: 1 point. Calcul de $f(0)$ et coordonnées du point d'intersection avec l'axe des y : 1 point. Écriture de l'équation $f(x) = 0$: 1 point. Résolution de l'équation et coordonnées du point d'intersection avec l'axe des x : 2 points.</p>		

PARTIE A

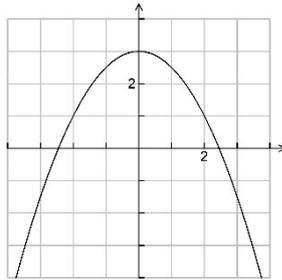
Page 2/6

Barème

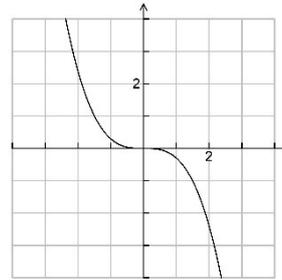
2) On montre ci-dessous les graphiques des fonctions dérivées des fonctions f, g et h .



Graphique de f'



Graphique de g'



Graphique de h'

Montrer qu'une seule des fonctions f, g, h admet un maximum local pour $-2 < x < 2$.

5 points

$f'(0) = 0$ et f' change de signe en $0 \in]-2 ; 2[$. Donc f admet un extremum en 0. Mais en passant par 0, f' passe du négatif au positif. Donc il s'agit d'un minimum de f et non d'un maximum.

$\forall x \in]-2 ; 2[$, $g'(x) > 0$. Comme g' garde toujours le même signe dans $]-2 ; 2[$, g ne peut admettre d'extremum, en particulier pas de maximum, dans cet intervalle.

$h'(0) = 0$ et h' change de signe en $0 \in]-2 ; 2[$. Donc h admet un extremum en 0. De plus, en passant par 0, h' passe du positif au négatif. Donc h admet un maximum en 0.

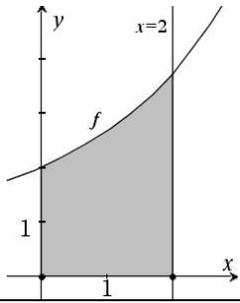
h est la seule des trois fonctions f, g, h qui admet un maximum local dans $]-2 ; 2[$.

f n'admet pas de maximum local dans $]-2 ; 2[$: 0,5 point. Justification : 1 point.

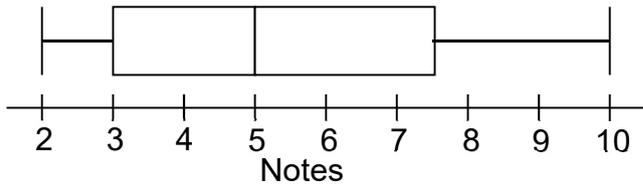
g n'admet pas de maximum local dans $]-2 ; 2[$: 0,5 point. Justification : 1 point.

h admet un maximum local dans $]-2 ; 2[$: 0,5 point. Justification : 1,5 point.

PARTIE A		
	Page 3/6	Barème
<p>3) On considère la fonction f définie par</p> $f(x) = 2\ln(x+4).$ <p>Déterminer les coordonnées du point où la pente de la tangente au graphique de f est égale à 2.</p>		5 points
$f'(x) = \frac{2}{x+4}.$ $f'(x) = 2 \Leftrightarrow x+4 = 1 \Leftrightarrow x = -3.$ $f(-3) = 2\ln(1) = 0.$ <p>D'où le point de coordonnées $(-3 ; 0)$.</p>		
<p>Calcul de $f'(x)$: 1 point. Écriture de l'équation $f'(x) = 2$: 1 point. Résolution de cette équation : 1 point. Calcul de $f(-3)$: 1 point. Coordonnées du point : 1 point.</p>		
<p>4) On considère la fonction f définie par</p> $f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}, x > 0.$ <p>Déterminer la primitive F de f telle que $F(1) = 0$.</p>		5 points
$F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{1}{x^2} dx + \int \frac{1}{x} dx = -\frac{1}{x} + \ln(x) + C, C \in \mathbb{R}.$ $F(1) = 0 \Leftrightarrow -1 + \ln(1) + C = 0 \Leftrightarrow C = 1.$ <p>Donc $F(x) = -\frac{1}{x} + \ln(x) + 1.$</p>		
<p>Écriture de $F(x) = \int f(x) dx$: 1 point. Intégration : 1 point. Écriture de $F(1) = 0$: 1 point. Calcul de la constante : 1 point. Primitive demandée : 1 point.</p>		

PARTIE A		
	Page 4/6	Barème
<p>5) La fonction f est définie par</p> $f(x) = 1 + e^{\frac{x}{2}}.$ <p>Calculer l'aire de la surface délimitée par le graphique de f, les axes de coordonnées et la droite d'équation $x = 2$.</p>		5 points
<p>Soit A l'aire demandée.</p> $A = \int_0^2 \left(1 + e^{\frac{x}{2}}\right) dx = \left[x + 2e^{\frac{x}{2}} \right]_0^2 = 2 + 2e - 0 - 2 \cdot 1 = 2e.$		
<p>Écriture de l'intégrale à calculer : 1 point. Intégration : 2 points Calcul numérique : 2 points.</p>		
<p>6) Lors d'un tournoi d'échecs, la probabilité que Boris gagne une partie est de $\frac{2}{3}$.</p> <p>Le tournoi se compose de 4 parties.</p> <p>Calculer la probabilité que Boris gagne au moins une de ces quatre parties.</p>		5 points
<p>Soit X le nombre de parties gagnées par Boris.</p> <p>X suit une loi binomiale avec $n = 4$ et $p = \frac{2}{3}$.</p> $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^4 = 1 - \frac{1}{81} = \frac{80}{81}.$		
<p>Reconnaissance de la binomiale et de ses paramètres : 2 points. Calcul de la probabilité demandée : 3 points.</p>		

PARTIE A																		
	Page 5/6	Barème																
<p>7) L'année dernière, dans un certain pays, 80 films ont été projetés dans les salles de cinéma :</p> <p>25 films où le rôle principal était joué par une femme, 30 films sans aucune violence, 2 films où le rôle principal était joué par une femme et où il y avait au moins une scène violente.</p> <p>On choisit un film au hasard.</p> <p>Calculer la probabilité que le rôle principal de ce film soit joué par un homme et que ce film ne comporte aucune scène violente.</p>	5 points																	
<p>On considère les événements :</p> <p>M : « Le rôle principal du film est joué par un homme ». $F = \bar{M}$: « Le rôle principal du film est joué par une femme ». V : « Le film comporte au moins une scène violente ».</p> $P(M \cap \bar{V}) = P(M) + P(\bar{V}) - P(M \cup \bar{V}) = \frac{80-25}{80} + \frac{30}{80} - (1 - P(F \cap V))$ $= \frac{55}{80} + \frac{30}{80} - \left(1 - \frac{2}{80}\right) = \frac{85}{80} - \frac{78}{80} = \frac{7}{80}.$ <p>OU : $P(M \cap \bar{V}) = 1 - P(F \cup V)$ et $P(F \cup V) = P(F) + P(V) - P(F \cap V)$.</p> $P(F \cup V) = \frac{25}{80} + \frac{80-30}{80} - \frac{2}{80} = \frac{73}{80}.$ D'où $P(M \cap \bar{V}) = 1 - \frac{73}{80} = \frac{7}{80}.$																		
<p>Connaissance de la formule $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$: 1 point. $P(M \cup \bar{V}) = 1 - P(F \cap V)$ ou $P(M \cap \bar{V}) = 1 - P(F \cup V)$: 1 point. Calcul de la probabilité demandée et résultat : 3 points.</p>																		
<p>On peut aussi utiliser un tableau à double entrée :</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <thead> <tr> <th></th> <th style="text-align: center;">F</th> <th style="text-align: center;">M</th> <th style="text-align: center;">Tot</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th style="text-align: center;">V</th> <td style="text-align: center;">2</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <th style="text-align: center;">\bar{V}</th> <td style="text-align: center; color: red;">23</td> <td style="text-align: center; color: red;">7</td> <td style="text-align: center;">30</td> </tr> <tr> <th style="text-align: center;">Tot</th> <td style="text-align: center;">25</td> <td></td> <td style="text-align: center;">80</td> </tr> </tbody> </table> <p>Des données (en noir), on déduit les autres éléments utiles (en rouge) du tableau.</p> <p>On en déduit immédiatement : $P(M \cap \bar{V}) = \frac{7}{80}.$</p>			F	M	Tot	V	2			\bar{V}	23	7	30	Tot	25		80	
	F	M	Tot															
V	2																	
\bar{V}	23	7	30															
Tot	25		80															
<p>Tableau : 3 points. Calcul de la probabilité demandée et résultat : 2 points.</p>																		

PARTIE A		
	Page 6/6	Barème
<p>8) Alexia a obtenu 6,5 à un test de mathématiques. La boîte à moustaches montre la répartition des notes de sa classe pour ce test.</p>  <p style="text-align: center;">Notes</p>		
<p>Alexia a dit à ses parents qu'elle se situait parmi les 25 % meilleur·e·s élèves de sa classe à ce test. Ce qu'Alexia a dit à ses parents est-il exact ? Justifier la réponse.</p>		5 points
<p>$q_3 = 7,5$. Ceci signifie que les 25 % meilleur·e·s élèves de la classe ont obtenu un résultat supérieur ou égal à 7,5. Or Alexia a obtenu $6,5 < 7,5$. Donc ce qu'Alexia a dit à ses parents n'est pas exact.</p>		
<p>Réponse : 1 point. Justification : 4 points.</p>		